



TITLE:

浸透層内の流れに関する水理学的研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

武内, 等

CITATION:

武内, 等. 浸透層内の流れに関する水理学的研究. 京都大学, 1971, 工学博士

ISSUE DATE:

1971-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1080>

RIGHT:

浸透層内の流れに関する 水理学的研究

昭和45年11月

武 内 等

浸透層内の流れに関する 水理学的研究

昭和45年11月

武 内 等

目 次

結 論	1
第 1 編 浸透層内の流れの水利機構に関する基礎的研究	5
第 1 章 序 論	5
第 2 章 浸透層の空隙系特性とそのシミュレーション	7
第 1 節 概 説	7
第 2 節 空隙系モデル	8
(1) 単位流路	8
(2) 単位流路の樹枝状結合モデル	12
第 3 節 単位流路要素のシミュレーション	13
(1) 浸透層を横切る直線のシミュレーション	13
(2) 単位空隙のシミュレーション	16
(3) 流路要素, 流路長要素の検討	16
第 4 節 結 言	20
第 3 章 浸透層の空隙特性と平均流速	23
第 1 節 概 説	23
第 2 節 層流領域における平均流速	25
(1) 基礎方程式	25
(2) 異方性浸透層における透水係数	26
(3) 等方性浸透層における透水係数	26
(4) 実験的検討	27
第 3 節 細孔流領域における平均流速	30
第 4 節 乱流領域における平均流速	32
(1) 基礎方程式	32
(2) 実験的検討	34
第 5 節 せん移流領域における平均流速	37
第 6 節 結 言	37
第 4 章 浸透層内の流れの分散機構	40
第 1 節 概 説	40

第 2 節	分散現象の基礎方程式	4 1
(1)	従来の研究に関する考察	4 1
(2)	基礎方程式	4 2
第 3 節	分散機構の乱数モデル	4 4
第 4 節	分散現象のシミュレーション	4 8
(1)	縦方向分散	4 8
(2)	横方向分散	5 1
(3)	分散係数のシミュレーション	5 3
第 5 節	結 言	5 6
第 II 編	浸透層よりの定常選択取水に関する基礎的研究	5 9
第 1 章	序 論	5 9
(1)	浸透層における塩水楔	5 9
第 2 章	淡・塩水同時取水に関する考察	6 3
第 1 節	概 説	6 3
第 2 節	自由浸透層よりの同時取水	6 5
(1)	基礎方程式	6 5
(2)	塩水位一定の取水	6 8
(3)	淡水だけの取水	6 9
第 3 節	被圧浸透層よりの同時取水	6 9
(1)	基礎方程式	6 9
(2)	塩水位一定の取水	7 1
(3)	淡水だけの取水	7 1
第 4 節	同時取水による可能取水流量	7 1
第 5 節	基礎方程式の数値計算	7 2
(1)	自由浸透層からの同時取水	7 3
(2)	被圧浸透層からの同時取水	7 6
第 6 節	実験的考察 - 自由浸透層からの同時取水 -	7 7
(1)	実験装置	7 7
(2)	実験方法	8 0
(3)	実験結果およびその考察	8 0

第 7 節	結 言	86
第 3 章	障壁による塩水浸入阻止に関する考察	88
第 1 節	概 説	88
第 2 節	自由浸透層よりの取水	89
(1)	塩水流れを阻止する障壁高さ	89
第 3 節	等角写像による解析	92
(1)	モ デ ル	92
(2)	写 像 解 析	93
(3)	解 析 結 果	99
(4)	数 値 計 算	100
第 4 節	実 験 的 考 察	103
(1)	実 験 装 置	103
(2)	実 験 方 法	103
(3)	実験結果およびその考察	104
第 5 節	結 言	108
	結 論	110

地下水の取水構造物として初めて作られたものは、文明発生期よりやや後の B.C. 17 世紀、カイロに作られた Joseph の井戸である¹⁾と言われる。以来、地下水は有力な水資源の一つとして人間社会の発展と深く結びつきながら、初期には飲料用に、ついで灌漑用水等に用いられていた。最近では、都市および工業用水としての需要が著しくなり、過剰取水による地下水位低下、地盤沈下、海岸地域での地下水の塩水化、あるいは、工場排水による汚染など人為的障害が発生するに至っている²⁾。そこで、近年、これらの対策として、浸透層の地下水保存能、年補充量、年流出量など水文学の算定法とそれに基づく地下水利用計画、地中ダムなどによる地下貯水および地下水の積極的な涵養³⁾、地下水の塩水化阻止、塩水排除⁴⁾などの研究が活発に行なわれている。

一方、1856年の Darcy 則の発表⁵⁾に代表される浸透層内の流れの水理学的研究は、Darcy, Cauchy, Dupuit らの出現により始められ、20世紀にかけて Forchheimer, Kozeny らの活躍があり、一連の井戸理論、堤体内の浸透現象などの研究が行なわれた。そして、これらの研究とそれに続く研究成果は、Muskat (1937)⁶⁾, Kochina (1942)⁷⁾, Scheidegger (1960)⁸⁾ によりそれぞれ集大成、上梓されている。

これらの研究成果に従えば、浸透流の表示法は、以下のように整理されよう。すなわち、浸透層を構成する固体および空隙空間を満たす流体の運動は、震動による液状化現象のように両者がともに流動する場合と、固体は動かず空隙内を流体だけが運動する通常の浸透流とに分けられ、それぞれ偏微分方程式の Neuman 問題、Dirichlet 問題⁹⁾となる。さらに、後者において、流体の運動方程式として Darcy 則が適用可能なとき、不飽和浸透流は熱伝導型方程式、飽和浸透流は Laplace 方程式^{10), 11)}の境界値問題となる。そして、個々の問題における解析法が種々検討されている。

つぎに、地下水および浸透流^{*}に関する研究の今後の課題について述べよう。

地下水および浸透流に関する研究は、土質工学、地質学、水理学、水文学あるいは気象学など多分野にわたる幅広い知識を要する（このことが、問題の解析を困難にする一因でもある）。しかし、ここでは、土木工学に関連して、今後の研究として重要と考えられる問題を列挙すると、(i) 広域地下水の水収支、(ii) 地下水の開発工法、(iii) 地下水災害に対する対策、(iv) 浸透流の水理機構の解明に基づく水理定数の予測、(v) 浸透層の圧密機構、液状化機構の解明などであろう。(iv), (v) は、土木工事の規模の大型化、技術の高度化をはかるため解決をせまられている工学的問題であり、(i) (ii) (iii) は、現

*, ** ここでは、巨視的な意味での地下水流と水理学的な意味で流れを表わす浸透流とに分けて用いた。

在および将来にわたる水需要の増大に応えるため、推進されなければならない研究課題である。

本研究は、これらの課題のうち、(iii)および(iv)に関連して、著者が博士課程において考察して来た研究成果であり、以下にその目的および研究概要について述べる。

(1) 本研究の目的と内容

第Ⅰ編 浸透層内の流れの水利機構に関する基礎的研究

本編では、土粒子などの粒状体からなり、粘性流体で飽和された浸透層の水利特性と浸透流の水利機構について考察したもので、つぎの章から構成されている。

第2章 浸透層の空隙系特性とそのシミュレーション においては、有効空隙の連なりである空隙系について、浸透層構成粒子特性と浸透流との関係を検討し、空隙系モデルとして、粒子特性から定められる単位流路の樹枝状結合モデルを与える。つぎに、モデルを乱数によりシミュレートした結果と樹脂で固定された実際の浸透層断面の観察結果について考察する。

第3章 浸透層内の流れの平均流速 においては、流れを力学的・運動学的特性により、細孔流、層流、せん移流および乱流領域に分類し、それぞれの領域における流れの平均流速について検討し、浸透層の構成粒子特性およびビエソ水頭勾配から、空隙系モデルにより平均流速の予測を試みる。

第4章 浸透層内の流れの分散機構 においては、空隙系モデル内の流体素分の運動を追跡し、分散パターンを求めるとともに、流体素分の運動をマルコフ過程とすればその濃度分布が拡散方程式で表わされることを示す。つぎに両者の結果から、分散機構についての考察を行ない、分散現象における水利定数と空隙特性との関係を明らかにする。

要約すると、第Ⅰ編では、浸透層構成粒子特性および空隙率が与えられたとき、浸透層内の流れをシミュレートし、その微視的な挙動、およびその積分・平均値としての平均水理量を予測する方法を検討しようとしたものである。

第Ⅱ編 浸透層よりの定常選択取水に関する基礎的研究

本編は地下水の積極的開発法および地下水災害の防止法について二、三の考察を試みたものである。

海に面する浸透層では塩水楔の浸入があり、海岸地域での地下水の過剰取水はそれを一層促進すると考えられる。また、洋上の島などにおける浸透層では、塩水の上に淡水層がレンズ状に存在し、いわゆる Ghyben-Herzberg レンズ¹²⁾が形成されることがある。このような浸透層から淡水を取水するとき、下層の塩水位が上昇し、取水上の大きな障害となる。本研究では、これらの対策の一つとして、淡水取水と同時に別の取水管により塩水をも取水する淡・塩水同時取水法、および取水井周辺に障壁を設置して井戸への塩水浸入を阻止する方法について考察した。

第2章 淡・塩水同時取水に関する考察 淡・塩水が成層をなす自由および被圧浸透層からの淡・塩水同時取水における浸透層内の流れを理論的、実験的に解析し、塩水位と水理量の関係式を求めるとともに、

可能取水流量が飛躍的に増加することを明らかにする。

第3章 障壁による取水井への塩水浸入阻止に関する考察 では、障壁により塩水浸入が阻止されることを実験により確認するとともに、障壁の位置および高さと水理量の関係を吟味する。また、淡・塩水が2層をなす浸透流に対する等角写像の適用を試み、その結果を実験により検討する。

参 考 文 献

- 1) Rouse, H. and Ince, S. : History of Hydraulics, Iowa Institute of Hydraulic Reserch, State Univ. Iowa, 1957.
- 2) 第1回水文地質に関するシンポジウム(討論話題要旨), 日本学術会議地質研連, 水文地質小委員会, 1968.
- 3) 松尾新一郎 : 地下水の積極的開発に関する研究 — 研究業績報告書 — 京都大学工学部土木工学教室土質力学研究室, 1970.
- 4) Iwasa, Y. and Takeuchi, H. : Control of Sea Water Level in Coastal Porous Media by meas of Double Pumping, Proc. of 13th I.A.H.R., Kyoto, 1969.
- 5) Darcy, H. : Les Fountaines publique de la Ville de Dijon, Paris, 1856.
- 6) Muskat, M. : The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, New York, 1937.
- 7) Polubarinova-Kochina, Theory of Ground Water Movement, Princeton Univ. Press, 1962.
- 8) Scheidegger, A.E., : The Physics of Flow through Porous Media, Univ. Toronto Press, 1960.
- 9) Courant, R. and Hilbert, D. : Methods of Mathematical Physics, Vol. II Partial Differential Equations, Interscience, New York, 1962.
- 10) 前出 7)
- 11) Karadi, G. M., Krizek, R. J. and Rechea, M. : Critical Evaluation of Certain Methods of Unsteady Groundwater Hydraulics, Water Resources Bulletin Vol. 6, No. 3, May-June 1970.
- 12) Childs, E. C. : The Physical Basis of Soil Water Phenomena, John Wiley & Sons, 1969.

第 I 編 浸透層内の流れの水理機構に関する基礎的研究

第 1 章 序 論

浸透層内の流れについては、Darcy¹⁾を初めとして多くの研究成果が発表されているが、それらの多くは、Reynolds 数が小さい、いわゆる Darcy の法則の成立する領域における“流れの平均水理量”の研究である。もちろん、浸透層内の流れは、通常、空間平均値で表わされる水理量により解決される問題も多いが、平均水理量を知り、問題の本質により一歩でも近づくためには、流れの微視的な機構の研究によらなければならない。たとえば、地下水内での放射性物質の運動、地下水層への汚水の浸入過程、締め切り堤における流体の運動などである。

一般に、浸透層内の流れも Navier-Stokes の式²⁾で表わされるが、その式はごく単純な条件のもとでの解が求められるにすぎず、浸透層の空隙構造を数式で表わすことも不可能である。したがって、実際には、浸透層内の流れに対しては、Navier-Stokes の式から流れの定性的な考察が期待されるだけであり、このような方法による流れの微視的な表現は容易でない。

浸透層の空隙構造の複雑さが、流れを特性づける重要な要素であり、また、解析に用いられるモデルにおいてもその特性が保存されなければならない。そこで、浸透層の空隙構造特性を生かし、解析可能なモデルを求めることが重要な解析上の課題となる。したがって、空隙構造を確率変数を用いたモデル^{3), 4)}により表わし、モデルにおける流体の運動を吟味すれば、流れの微視的特性が統計的に演繹される。これは、浸透層内の流れの有効な解析法と言えよう。もちろん、モデルの正しさおよび有用性は実験により検証されなければならない。とくに、流体運動の力学的特性、すなわち、流れにおいて粘性力と慣性力のいずれが支配的か、あるいは、表面張力による影響、流体の浸透層構成粒子への吸着効果などによって、流れの性質は全く異なるから、式の適用限界について注意されなければならない。

本編は、浸透層内の流れをより明確にとらえようとしたもので、上に述べた事項について以下に検討を加える。

参 考 文 献

- 1) Darcy, H. : Les fontaines publiques de la Ville de Dijon, Paris, 1856.
- 2) 吉田昭治 : 浸透流の基礎方程式, 農業土木研究別冊 1 号, 1960.
- 3) Jong, J. : Longitudinal and Transverse Diffusion in Granular Deposits, Trans. A.G.U. Vol. 39, No. 1, 1958.
- 4) Saffman, P. G. : A Theory of Dispersion in a Pourous Media, Jour. Fluid Mech. 1959.

第 2 章 浸透層の空隙系特性とそのシミュレーション

第 1 節 概 説

浸透層は、一応、空隙をもつ固体あるいは固体の集まり（固体系）として定義されよう。本研究では、浸透層を土粒子などの粒状体で構成される固体系として考える。浸透層において、構成粒子により囲まれる空間を空隙とよび、これらのうち互に連なっているもの、すなわち、有効空隙の結合体により空隙系を定義する。

従来より、浸透層の幾何学的特性は、空隙率、空隙の表面積、あるいは、流路として考えた空隙の屈折度（流体素分が実際に通過する流路の長さ¹⁾と浸透層内に流した色素などによって示される、いわゆる平均的な流線の長さの比）などにより示されている¹⁾が、これらは、実際に測定が容易でなかったり、空間平均値であるから、流れの水理機構を知るには十分とはいえない。

空隙系が十分大きく、容器の形状の空隙構造への影響が無視されるとき、浸透層の空隙構造は、（i）構成粒子の大きさ、（ii）粒度分布、（iii）粒子の形により決定されよう。

・

（i）粒子の大きさ

● 粒子の大きさが空隙率および単位空隙の大きさに与える影響について考察する。

粒子の形状および配列が幾何学的に相似であれば、空隙率は粒子の大きさによらないが、単位空隙の大きさは、ほぼそれに比例する。浸透層の単位体積について考えると、単位空隙の大きさと空隙の表面積は逆比例するから、粒子が小さくなるにしたがって、粒子間の摩擦力が増し、空隙率は大きくなる。したがって、浸透層構成粒子の形状が相似であっても、空隙率は同一とは限らない。

（ii）粒 度 分 布

一般に、構成粒子が混合粒径である浸透層では、均一粒径粒子の場合に比べて空隙率が小さくなる。いま、規則的に並べられた均一球の空隙に、入りうる大きさの球を順次詰めると考えると、空隙率がしだいに小さくなることは容易にわかる。

均一な球では、幾何学的に規則的な並べ方は 6 通り知られていて²⁾、そのうち空隙率が最大のものは 47.6%、最小のものは 30.0% となる。

混合粒径からなる浸透層の単位空隙を考えると、粒径の大きな粒子の近傍には大きな空隙が生じやすいことが知られている³⁾が、流れに対する効果は、単位空隙相互の連なりの効果を考えなければならない。

O.C.Farnas⁴⁾ は、混合粒径の粒子からなる浸透層の可能最小空隙率を理論的に求めようとしてい

る。しかし、その結果は、浸透層構成粒子を大きさの順に並べたとき、その粒径および各体積が等比級数で表わされる場合にしか適用できず、粒度分布と空隙率の関係を一般的な形で表現することは容易でない。また、徳光⁵⁾は2および3種類の粒径の粒子からなる浸透層の空隙率について、実験係数を取り入れた半理論式、およびグラフ解法を与えた。この種の試みは粒状体の詰め込みに関する今後の研究方向に1つの示唆を与えると考えられる。

(iii) 粒 子 の 形

空隙率は、必ずしも粒子の角の鋭さに比例するとはいえない。

空隙系の流れに対する抵抗は、粒子の角の鋭さにしたがって大きくなる。

浸透層の構成粒子と空隙系の関係を定量的に表現するのは容易でなく、これまでは、実験による検討がなされてきたにすぎない。今後の研究の方向としては、水理学的な意味での浸透層の等価性を示す要素を求め、確率変数を用いた統計的解析が考えられよう。

第 2 節 空 隙 系 モ デ ル

浸透層内の流れの水理機構を解析するには、空隙系のモデルを求め、つぎに、流れの運動の式を与えなければならない。前節では、空隙系の定義を行ない、さらに、浸透層の構成粒子との関係について考察したが、ここでは、確率の概念を用いて空隙系のモデル表示を行なう。

浸透層の空隙系は、単位空隙の連なりであり、図-1.2.1に示される空隙空間の任意の位置で、浸透層構成粒子に特性づけられる任意の直径、長さおよび方向をもつ中空円筒流路の樹枝状結合モデルで表わすことにする。

まず、浸透層構成粒子特性から単位空隙（単位流路）を求め、ついで、その空隙空間における組立てを考える。

(1) 単 位 流 路

単位流路（単位空隙）は、図-1.2.2に示すように直径 d_i 、長さ l_i および傾き角 θ_i 、 φ_i の水理要素により表わされる。以下にそれぞれについて検討する。

(i) 流 路 径 d_i

図-1.2.2における空隙空間の円筒径 d_i を直接に浸透層の構成粒子特性から求めるのは容易でないから、まず、空隙系モデルの任意の切断面（例えば、図-1.2.1における $\overline{AA'}$ 平面）での単位流路の

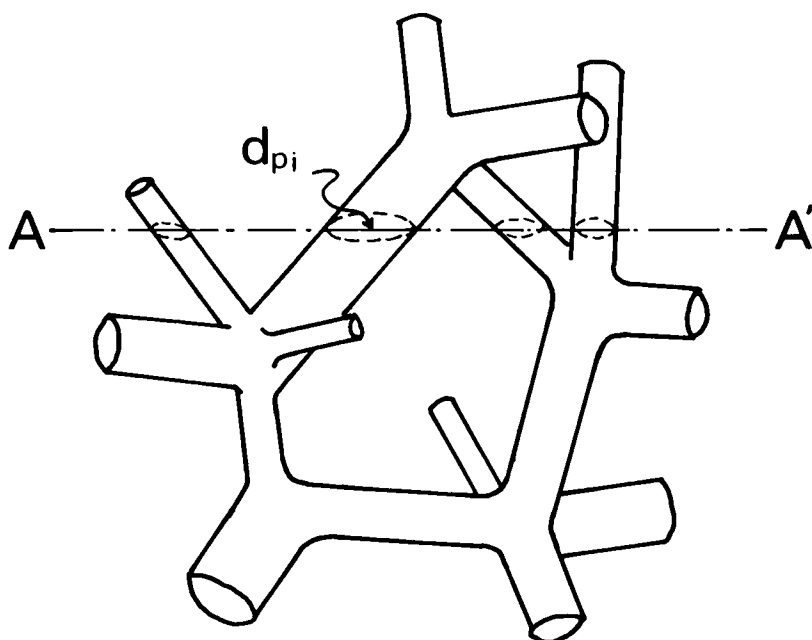


図-1.2.1 空隙系モデル

断面を円⁶⁾で近似し、その直径 d_{pi} を求める。 d_{pi} から d_i を求めるのは、後に流れの解析の所で述べる。ここに、 d_{pi} を空隙径要素とよぶことにする。

1) 図-1.2.3は、浸透層断面における粒子の切断面を表わす。浸透層断面にて隣り合う各粒子の代表点を結ぶ三角形の網目をつくり、各単位三角形が単位空隙を代表すると仮定する。このとき、三角形の空隙部と等しい面積の円の直径を空隙径要素 d_{pi} とする。

1) の他に、三角形の空隙部に内接する円の直径を空隙径要素と考えると、図-1.2.4に示す断面を横切る直線を考え、その空隙部分 v_i の長さを空隙径要

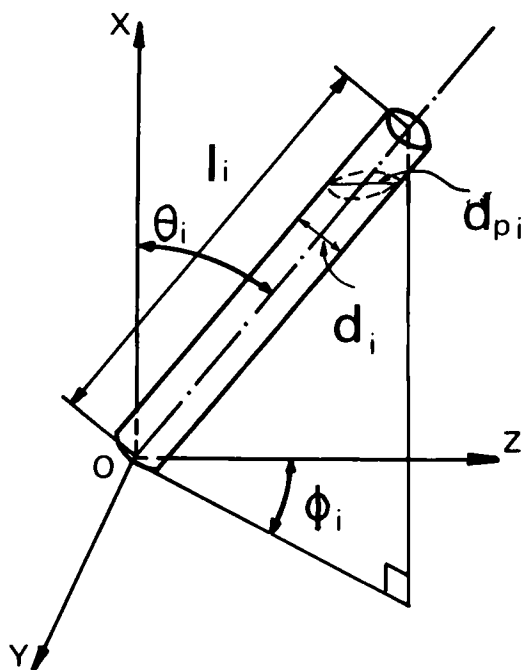


図-1.2.2 単位流路モデル

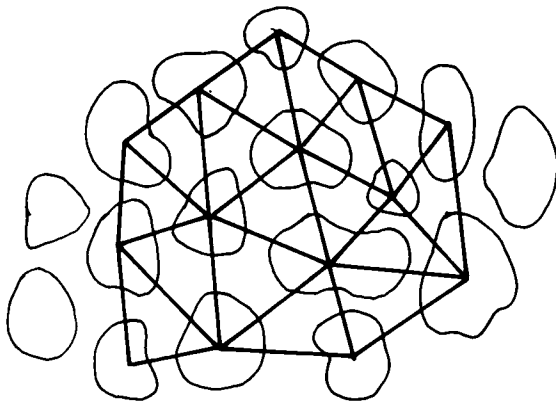


図-1.2.3 浸透層断面 (1)

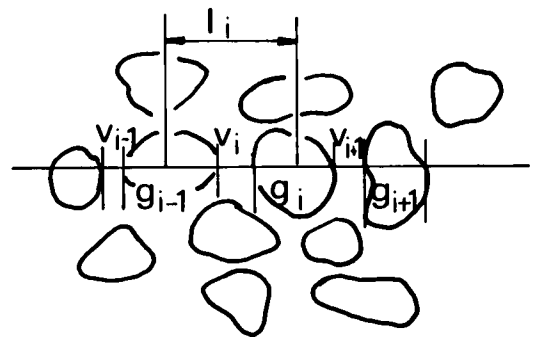


図-1.2.4 浸透層断面 (2)

素とする方法が考えられよう。

実際に d_{pi} を求める際、1) の方法は煩雑 (とくに、コンピューターによるシミュレーションが複雑) であり、上の直線上の空隙部 v_i から d_{pi} を求める方法について述べる。

2) 図-1.2.4 で求められる直線上の連続する3組の空隙部分 v_i および粒子部分 g_i をそれぞれ粒子部分の中央で折り、図-1.2.5 に示す三角形を作る。つぎに、1) の方法を適用すれば、求める d_{pi} が与えられる。(十分長い直線について考えると、 d_{pi} は空隙系の局所的な特異性に影響されない。)

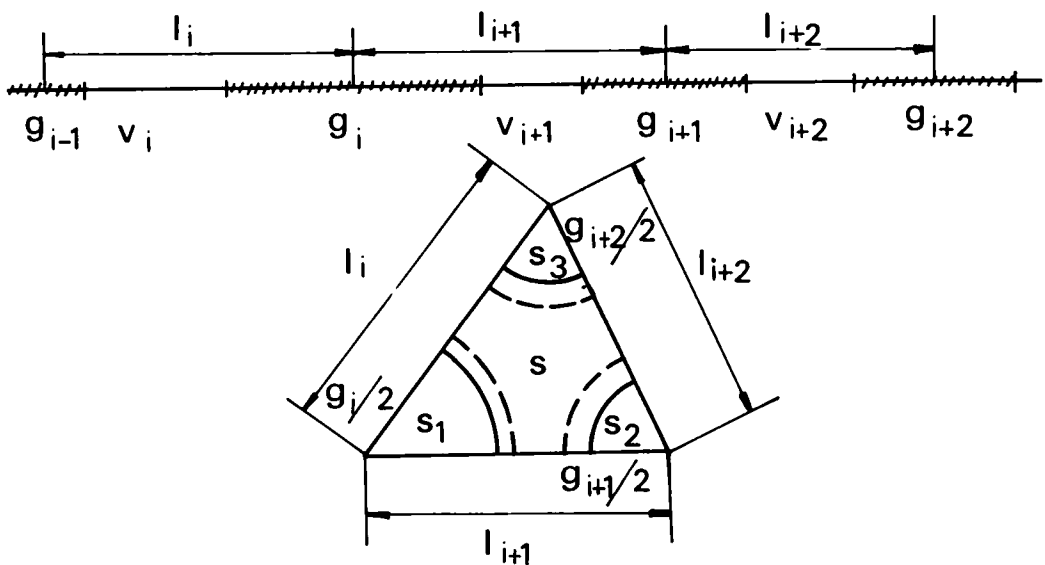


図-1.2.5 単位空隙モデル

このとき、モデル断面の全三角形において、与えられた空隙率 λ が保たれなければならないから、図-1.2.5で三角形の面積を S 、粒子を示す3つの扇形の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とすると、(1.2.1)式で与えられる値をもって単位空隙の面積とする。ただし、 Σ はモデル断面全体にわたる合計を意味する。

$$S - (S_1 + S_2 + S_3) \cdot \frac{(1 - \lambda) \Sigma S}{\Sigma (S_1 + S_2 + S_3)} \quad (1.2.1)$$

(1.2.1)式における空隙率の修正では、浸透層の断面における面積空隙率 λ' （図-1.2.6における断面の空隙面積の和 A_v と全面積 A の比）と体積空隙率 λ （図-1.2.6における空隙の体積 V_v と全体積 V の比）とが等しいことを用いた。これは、以下のように説明できよう。

図-1.2.6に示す浸透層は等方等質で十分大きいものとする、任意の断面における面積空隙率 λ'

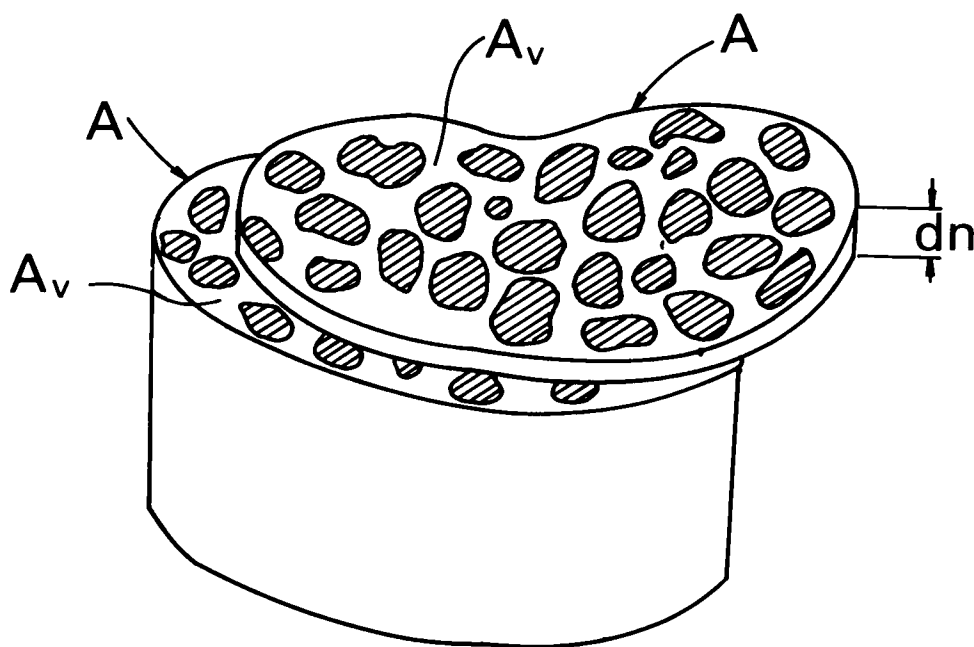


図 - 1.2.6 浸透層断面 (3)

($= A_v / A$) は一定であり, $V_v = \int A_v dn$ および $V = \int A dn$ と表わされるから, 次式が得られる。

$$\lambda = \frac{\int A_v dn}{\int A dn} = \frac{\int \lambda' A dn}{\int A dn} = \lambda' \quad (1.2.2)$$

また, 同様に, 図-1.2.4の十分長い直線について考えれば, 線空隙率 λ'' も体積空隙率 λ に等しくなることがわかる。

(ii) 空隙長 l_i

図-1.2.4における粒子部分の中央からつぎの粒子部分の中央までの長さを空隙長要素 l'_i とすると次式により l_i が与えられる。

$$l_i = C_l \cdot l'_i \quad (1.2.3)$$

ただし, C_l は, 後に流れの分散係数のシミュレート値と実験値により検討される。P.G.Saffman⁷⁾によれば, l_i は浸透層の構成粒子径に等しいと示唆されている。

(iii) 傾き角 θ_i および φ_i

浸透層が等方等質の場合には, $\theta \sim \theta + d\theta$ および $\varphi \sim \varphi + d\varphi$ の角度となる割合は, 極座標において, 半球の表面上に $d\theta$ および $d\varphi$ がしめる面積の割合となる。(図-1.2.7)

$$\sin \theta d\theta d\varphi / 2\pi \quad (1.2.4)$$

ただし, 流路を流れる流体素片がその出口に達したとき, つぎの流路の方向を選ぶ割合は, 流れの運動学的要素を考慮しなければならないから, (1.2.4)式の幾何学的な割合だけでは決定されない。それは, 次章における流れのシミュレーションにおいて述べる。

以上の考察により, 単位流路を定める水理要素が求められる。

(2) 単位流路の樹枝状結合モデル

単位流路要素を3次的に組み立てるには, ピエゾ水頭勾配が与えられ, 空隙モデル内の流体素分の動きに注目すると, 乱数を用いてつぎのようにシミュレートされる。

(i) 流体素片に番号をつけ, 流れの初期条件に合せて, 空隙空間に配置する。

(ii) 番号をつけられた各流体素片に, それぞれ乱数により1組の単位流路要素($d_i, l_i, \theta_i, \varphi_i$)を

与える。

(iii) ビエゾ水頭勾配 $\partial h / \partial l$

にしたがい，各流体素

片が与えられた流路の出口

に達したとき，再び，(ii)

で述べた方法により新らし

い流路を与える。

以上の手順を繰り返すことにより，単位空隙が組み立てられ，空隙系モデルが定められることになる。

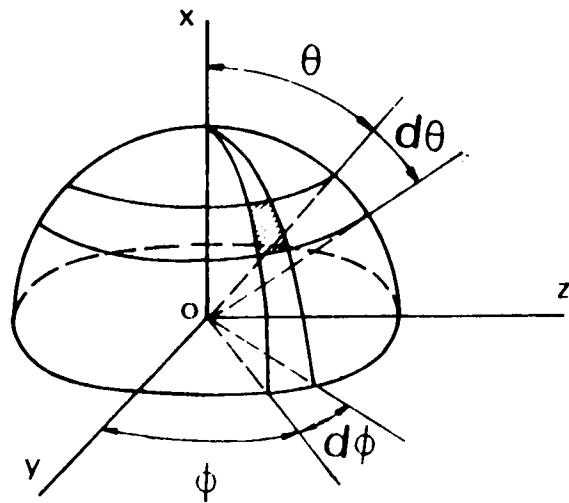


図-1.2.7 θ, ϕ モデル

第 3 節 単位流路要素のシミュレーション

浸透層が図-1.2.8で示される粒度分布の球形粒子からなり，空隙率が λ であるとき，流路要素 d_{pi} および流路長要素 l'_i のシミュレーションについて述べる。

フローチャートⅠは，浸透層の断面を通る直線が浸透層構成粒子と交わる位置およびその長さに関するシミュレーションを，また，フローチャートⅡは，Ⅰの結果から，空隙径要素のシミュレーションを示すものである。

(1) 浸透層を横切る直線のシミュレーション

直線上に直径1の円を無作為に落すとき，直線と交わる長さ，すなわち弦長の期待値は $\pi/4$ となる。したがって，いま，直径 d の粒子は，浸透層の切断面では期待値 $(\pi/4) \cdot d$ の直径の円となり，さらに，この切断面を通る直線が円と交わる線分の期待値は $(\frac{\pi}{4} d) \cdot \frac{\pi}{4}$ となる。

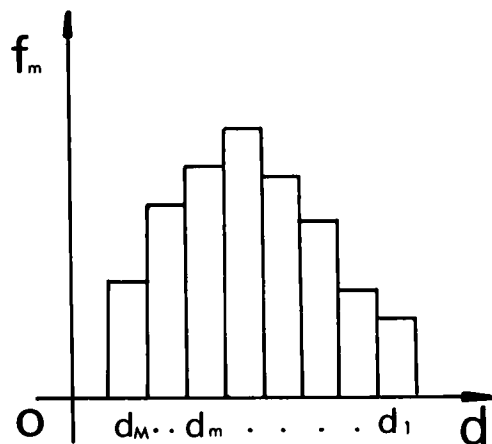


図-1.2.8 粒度分布モデル

上の事柄に注意し、フローチャート I および図-1.2.9について説明すると、つぎの通りである。

1 浸透層構成粒子の粒度分布（例えば、図-1.2.8）について

M : ふるい分けられた数

d_m : 大きさが m 番目の粒子の粒径

f_m : 大きさが m 番目の粒子の割合

λ : 浸透層の空隙率

N : 直線 L と交わる粒子の総数

を与える。（ d_m は、大きいものから順に番号をつける。）

2 N および f_m から、 d_m の粒子数 n_m を求める。 d_m の平均 \bar{d} および λ , N から、シミュレーションに用いられる直線の長さ L を次式により計算する。

$$L = \frac{\pi^2 \cdot N \cdot \bar{d}}{16(1-\lambda)} \quad (1.2.5)$$

一様乱数 R (0.0 ~ 1.0) を用いると、直線 L と交わる球の長さ g_i は次式で与えられる。

$$g_i = d_m \sqrt{2R - R^2} \cdot \sqrt{2R' - R'^2} \quad (1.2.6)$$

ここで、 R' は R とは異なる乱数の値を意味する。

3 最初に L 上に配置する粒子は、(1.2.6) 式に d_i を用いると、弦長 g_i が求められ、次式によりその位置 x_i が求められる。

$$x_i = (L - g_i) \cdot R \quad (1.2.7)$$

4 ~ 7 および 13, 14 粒子の総数 N を直線 L 上に配置するための操作である。（L における粒子相互の位置の関係から N 個すべてを配置できないときは、その旨を output させるが、フローチャート I では省略している。）

8 m 番目の粒径 d_m の粒子（粒子番号は 1）が直線 L に交わる長さ g_i を計算する。

9 g_i の位置を定めるため、L 上にすでに配置された粒子間の距離、すなわち、空隙長さ v_j ($j = 1 \sim 1$) を計算する。

10 v_j のうち g_i より短いものを仮りに 0.0 として除き、それぞれ空隙長さ v の j 番目までの和 $SGMv(j)$ を計算し、乱数 R により g_i の入る空隙 v_k を探す。

11 g_i を v_k のどこに配置するかを定め、L 上の位置 x_i を計算する。

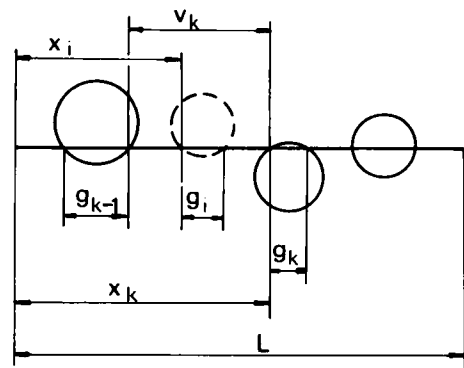
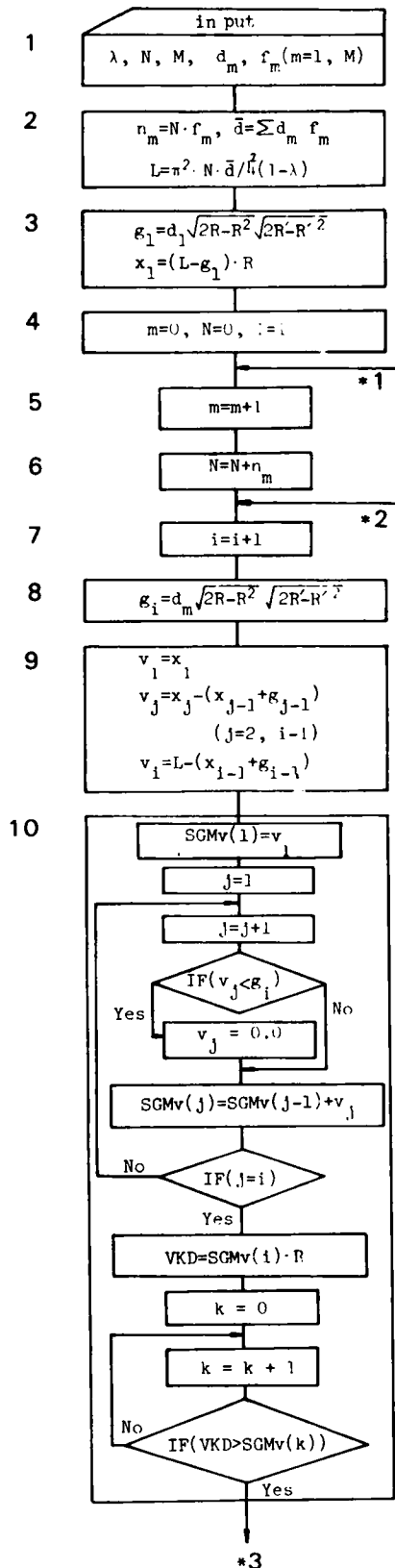
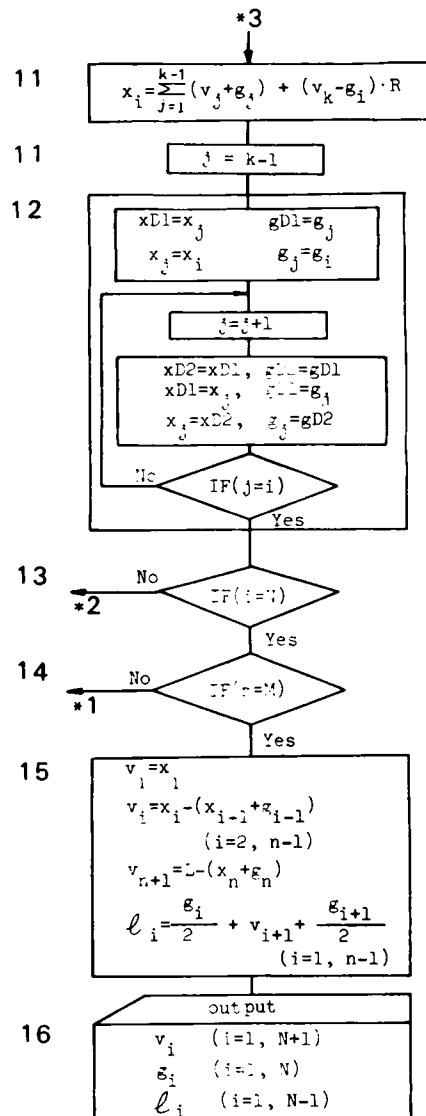


図-1.2.9 浸透層を横切る直線



12 新しく求めた g_i の位置 x_i を含め、各粒子の位置を大きさの順に並べ、 L 上の粒子の番号をつけないおす。

15 以上の計算により、シミュレートされた v_i および流路長要素 l'_i を求める。

16 つぎの計算に備えて v_i 、 g_i および l_i を output する。

(つぎに示すフローチャートⅡでは、 l_i を三角形の一辺とするため、そのまま l_i の記号で示し、フローチャートⅢでは、すでに述べたように l'_i を修正して、 l_i に直すことにする。)

(2) 単位空隙のシミュレーション

フローチャートⅠで求めた v_i および g_i から d_{pi} を求めるため、フローチャートⅡについて説明する。

17 空隙率 λ およびフローチャートⅠより求められた g_i 、 l_i を与える。

18～20 および 25 すべての g_i 、 l_i ($i=1\sim N-1$) について計算をすすめる操作である。

21 連続する3つの l_i により三角形が成立するかどうかを判定する。

22 三角形の面積を求めるヘロンの公式により、例えば、図-1.2.5における三角形の面積 S 、および各扇形の面積 S_1 、 S_2 、 S_3 を求める。

23 求められた三角形で、空隙部 ($S - S_1 - S_2 - S_3$) が正になっているかを判定する。

26 有効な三角形の数を M 個とする。

27, 28 浸透層断面において得られた有効な M 組の三角形全体について、与えられた空隙率 λ が保たれているかを判定し、誤差が ϵ より大きいときは、三角形の面積は変えないで、(1.2.1)式により空隙面積を修正する。

29, 30 三角形の空隙面積と等しい円の直径を流路径要素 d_{pm} とする。

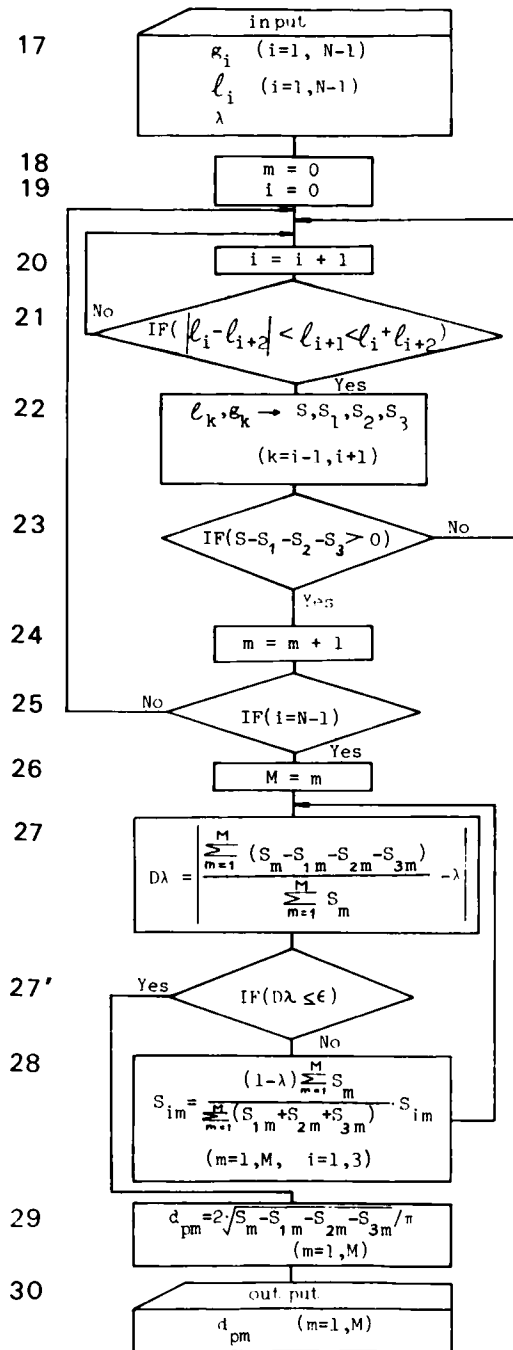
17 から 30 のフローチャートにおいて、 d_p のシミュレーション値が求められ、 M が十分大きいとき、その分布形も与えられる。

(3) 流路径要素、流路長要素の検討

シミュレートされた流路径要素 d_p および流路長要素 l' と実際の浸透層断面から求められた d_p および l' について検討する。

写真-1.2.1は、均一径のガラス球からなる浸透層を低粘性変成エポキシ樹脂により固化させ、その試料を切断したもので、断面における粒子の中心を相互に結び、三角形の網目を作ったものである。

各三角形について、先に述べた方法により流路径要素 d_p を求め、 d_p/d の累加百分率を正規確率紙にプロットしたのが図-1.2.10の○印である。—○—印は、本節におけるシミュレーションにより求められた値を示す。(シミュレーションの結果からは、 d_{pi} の平均値 \bar{d}_p よりその標準偏差 σ_{d_p}



フ ロー チ ャ ー ト Ⅱ

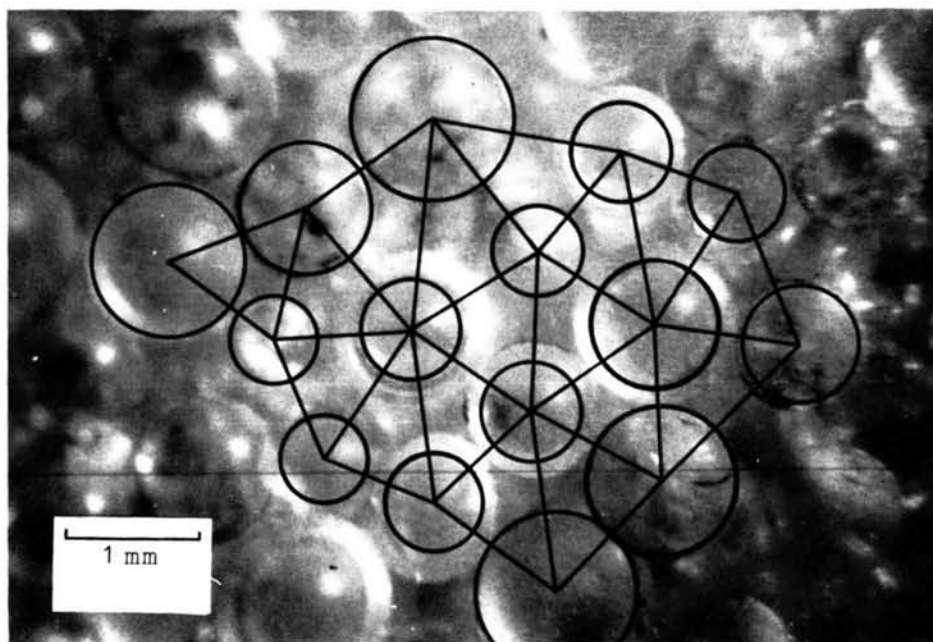


写真-1.2.1 浸透層断面

の2倍以上大きいものが異常値として除かれた。) 資料の数はいずれも200~300個である。(△印は、室田、佐藤の値である。)⁶⁾ 両者とも正規確率紙上でほぼ直線となり、 d_p/d の分布は正規分布であることがわかる。シミュレーション結果から d_p の大きいもの($d_p > \bar{d}_p + 2\sigma_{d_p}$)を除いたことは、

- (i) 写真による値との比較
- (ii) その流路に連なる流路との関係
- (iii) 空隙系モデルにおいて局所的に異常に大きい流速を除く

という意味で、シミュレーションの精度を向上させることになる。

図-1.2.11は、流路長要素 l'/d の累加百分率を対数正規分布紙にプロットしたもので、図-1.2.10に対応する資料が用いられた($l' > \bar{l}' + 2\sigma_{l'}$ の値は除かれた)。実際の浸透層からの分布も、シミュレーションによる分布も直線となり、両者は対数正規分布にしたがうことがわかる。ここで、後者による直線の勾配はゆるく、分布形は平坦になるようである。

本研究では、変数相互の明確な関係を見い出せず、関数形を定めるには至らなかった。

d_p および l の物理的な意味は、後に述べる流れのシミュレーションにより明らかにされ、ここでは、

幾何学的特性を述べるにとどめる。

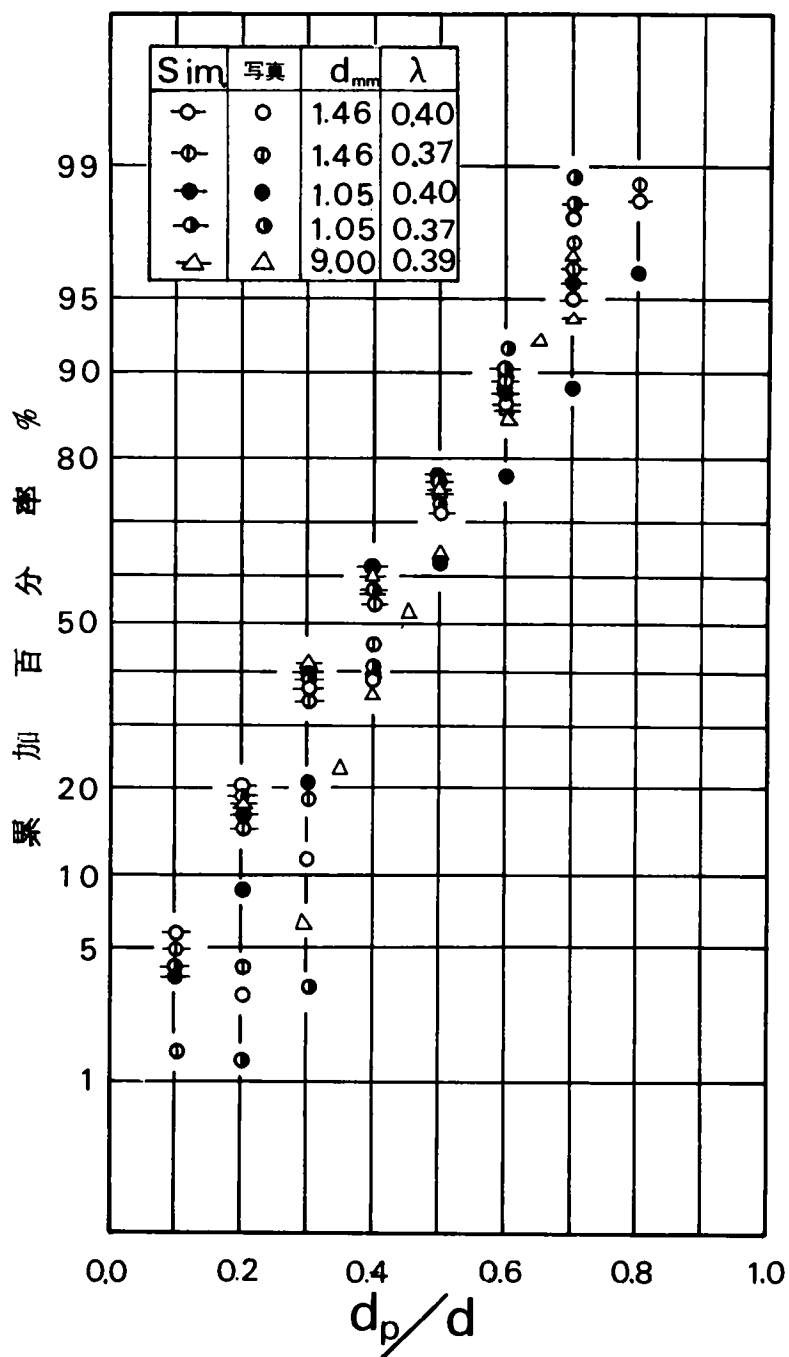


図-1.2.10 流路徑要素の分布

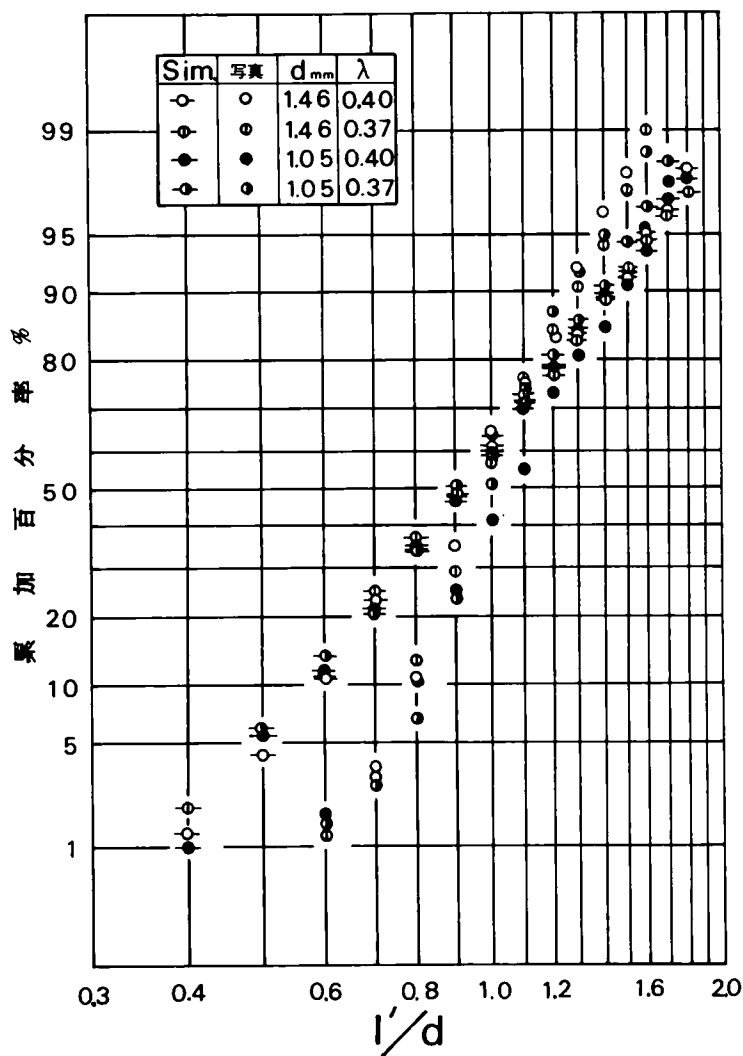


図-1.2.11 流路長要素の分布

第 4 節 結 言

以上、本章では、浸透層構成粒子と空隙系特性の検討により、空隙系のモデル化を行ない、単位空隙を円筒形流路とし、その空間的組立てにより空隙系が表わされた。

つぎに、浸透層構成粒子の粒度分布および空隙率より、単位流路要素を乱数モデルによりシミュレートするフローチャートが与えられた。

また、乱数モデルによるシミュレーションおよび実際の浸透層について、単位流路径および流路長要素の分布形を検討した結果、前者は正規分布、後者は対数正規分布となり、計算値と実験値はほぼ一致する

ことが明らかにされた。

本章で与えられた空隙系モデルのシミュレーションは、第3章および第4章において浸透層内の流れを検討する際、解析の基礎となる。

参 考 文 献

- 1) Scheidegger, A. E. : The Physics of Flow through Porous Media, Univ. Toronto Press, 1960.
- 2) Graton, L. C. and Fraser, H. J. : Systematic Packing of Sphere-with Particular Relation to Porosity and Permeability, The Journal of Geology, Nove.-Decem. , 1955 Supplementary number.
- 3) 2) に同じ
- 4) Furnas, C. C. : Mathematical Relations for Beds of Broken Solids of Maximum Density, Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 23 No. 9, Sept. 1931.
- 5) 徳光善治 : 粒体の詰めこみに関する研究, 材料, 第13巻第133号.
- 6) 室田明, 佐藤邦明 : 空隙規模の分布による透水係数の評価について, 第13回水理講演会講演集, 1969.
- 7) Saffman, P. G. : A Theory of Dispersion in a Porous Media, Jour. Fluid Mech. 1959.

第 3 章 浸透層の空隙特性と平均流速

第 1 節 概 説

浸透層内の流れも、数学的モデルとして Navier-Stokes の式で表わされるが、その式からは、流れの定性的な考察が期待されるにすぎない。例えば、吉田¹⁾は、浸透層内の流れを微視的に論じ、基礎方程式を得たが、最終的には、Darcy あるいは、Forchheimer の経験則に照らして考察するにとどまっている。

また、浸透層内の流れは、空隙系の飽和度により著しくその性格を異にする。例えば不飽和浸透流の流れの場合、速度ポテンシャルを考え、Darcy 則を用いると、熱伝導型の基礎方程式が得られる。このとき、透水係数は、浸透層の飽和度、流体と空隙系の比表面積などの関数となる。この種の研究には、Childs²⁾らのものがあるが、解析は理論、実験のいずれにおいても容易でない。したがって、本研究では、主として、定常な飽和浸透流について考察する。また、流れの動水勾配が大きくなっても、浸透層構成粒子は流動しないとする。

一般に、浸透層内の流れは、(i) 空隙系特性、(ii) 流体特性、(iii) 流れの力学的、運動学的特性により支配される。そこで以下に、それぞれの要素について二、三述べる。

(i) 空隙系特性

図-1.3.1 は、球が規則的に並べられたときの空隙³⁾であり、空隙系における単位流路といえようが、

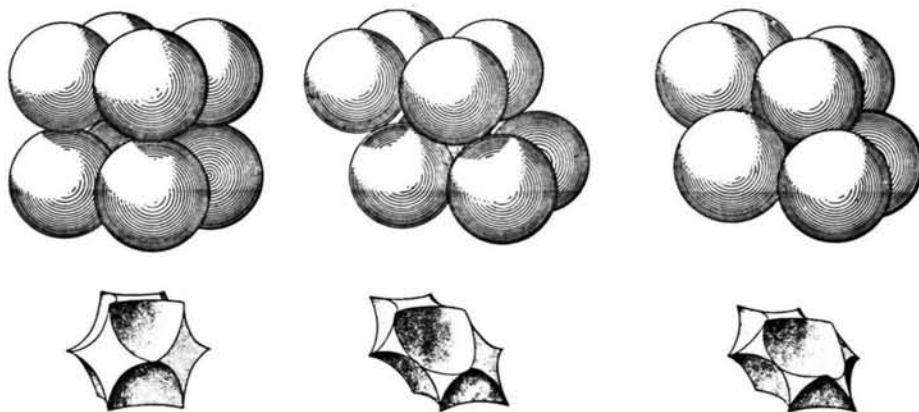


図 1. 3. 1 規則的に並べられた球の単位空隙 (Fraser³⁾による)

このとき、流れは、複雑な曲率をもち、流速の分布形は簡単に表わしえない。したがって、本研究では、同一条件の下での空隙系モデルにおける、流れの数値シミュレーション値および実験値から、空隙系の水理特性について吟味する。

(ii) 流体の特性

浸透層内の流れは、流体の粘性、表面張力、流体分子の電解度などにより特性つけられる。

流れが、層流領域にあるとき、浸透層内の流速は、Hagen-Poiseuilleの法則からも示唆されるように、流体の粘性に反比例する（その結果、温度の関数である）。

流体が浸透層の空隙壁に吸着する現象は、流れを引きもどすように作用する。この効果は、空隙径が小さくなると特に卓越し、流れは非ニュートン流体に似た特性を示すようになる。そして、空隙径が一定値以下になると全く流れがなくなる。

また、不飽和浸透流では、流体の表面張力について考慮しなければならない。

(iii) 力学的、運動学的特性

流れは、Reynolds数により層流、せん移流、乱流に分けられる（それぞれの限界Reynolds数の値は、開水路流れのそれよりずっと小さくなる）。流れが乱流になると、流路の壁面粗度が流れを支配⁴⁾し、浸透層構成粒子の形状が流速に大きく影響するようになる。

浸透層構成粒子がごく小さくなり、流体の空隙壁への吸着効果が著しい流れを、細孔流領域における流れと呼ぶことにすると、上の考察から、浸透層内の流れは、つぎの4つの場合に分類される。

- 1) 細孔流領域
- 2) 層流領域
- 3) せん移流領域
- 4) 乱流領域

各領域における流れについて、議論の都合上、層流領域、細孔流領域、乱流領域およびせん移流領域の順に考察をすすめよう。

第 2 節 層流領域における平均流速

(1) 基礎方程式

浸透層の粒子特性および空隙率よりえられる空隙系モデルにおいて、単位流路の空隙径要素および流路の方向分布がわかれば、断面平均流速が求められる。

図-1.2.2に示すように、単位流路の直径を d_i 、流路の軸方向のピエゾ水頭勾配を $(\frac{\partial h}{\partial l})_i$ とすれば、層流領域では、流れはHagen-Poiseuille⁵⁾の流れであって、単位流路における平均流速 u_i は、次式であらわされる。

$$u_i = -c \frac{\rho g}{32\mu} d_i^2 \left(\frac{\partial h}{\partial l} \right)_i \quad (1.3.1)$$

ただし、係数 c は、浸透層構成粒子により特性づけられる定数、 ρ は流体密度、 g は重力加速度、 μ は流体の粘性係数である。

つぎに、 α_i を流路が x 軸となす角度、 $\frac{\partial h}{\partial x}$ を x 軸方向のピエゾ水頭勾配、 d_{pi} を空隙径要素、 A_{pi} をその断面積とし、計算の便宜上 $d_i = d_{pi} \cdot \cos \alpha_i$ 、単位流路の断面積は $A_{pi} \cos \alpha_i$ と近似されると仮定すれば、単位流路の流量 q_i は次式で与えられる。

$$q_i = -c \frac{\pi \rho g}{128\mu} d_{pi}^4 \cos^4 \alpha_i \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1.3.2)$$

浸透層の断面積を A 、空隙率を λ とすれば、関係式 $\lambda A = \sum \pi d_{pi}^2 / 4$ が得られるから、断面平均流速 $U (= \sum q_i / A)$ は、次式で与えられる。

$$U = -c \frac{\lambda \rho g}{32\mu} \frac{\sum d_{pi}^4 \cos^4 \alpha_i}{\sum d_{pi}^2} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1.3.3)$$

すなわち、層流領域では、断面平均流速についてDarcyの法則が成り立ち、透水係数 K_x が次式で与えられたことになる。

$$K_x = c \frac{\lambda \rho g}{32\mu} \frac{\sum d_{pi}^4 \cos^4 \alpha_i}{\sum d_{pi}^2} \quad (1.3.4)$$

ここで、 d_p および α の生起確率密度関数を $f(d_p, \alpha)$ で表わすと、(1.3.4)式はつぎのようになる。

$$K_x = c \frac{\lambda \rho g}{32\mu} \frac{\iint d_p^4 \cos^4 \alpha f(d_p, \alpha) dd_p d\alpha}{\iint d_p^2 f(d_p, \alpha) dd_p d\alpha} \quad (1.3.5)$$

上式右辺の分母における積分では、 α は単に助変数となるから、すべての α にわたる積分 $\int f(d_p, \alpha)$ は、 d_p だけの関数 $f_2(d_p)$ となることが用いられている。

(2) 異方性浸透層における透水係数

一般に、浸透層が透水性について異方性のとき、 Φ を速度ポテンシャルとすると、Darcy則は、9つの成分をもつ透水係数テンソル K により、次式で表わされる。⁶⁾

$$\mathbf{v} = -K \cdot \text{grad } \Phi \quad (1.3.6)$$

ここで、 K は、座標のとり方により、次式の形にできる。

$$K = K_x \mathbf{i} + K_y \mathbf{j} + K_z \mathbf{k} \quad (1.3.7)$$

前項の基礎方程式で得られた結果を用いると、 K_i ($i = x, y, z$) は、次式で与えられる。

$$K_i = c \cdot \frac{\lambda \rho g}{32\mu} \frac{\iint d_p^4 \cos^4 \alpha \cdot f_i(d_p, \alpha) dd_p d\alpha}{\iint d_p^2 f_i(d_p, \alpha) dd_p d\alpha} \quad (1.3.8)$$

したがって、異方性浸透層では、 $f_i(d_p, \alpha)$ ($i = x, y, z$) により透水係数の特性が示されることになる。しかし、空隙系特性を示す f_i の関数形を実際に定めることは容易でない。

(3) 等方性浸透層における透水係数

つぎに、等方等質浸透層について考察を行なう。 d_p と α の密度関数 f_i はすべて等しく、また、 $K_x = K_y = K_z = K$ であるから、任意の方向に座標軸をとり、軸と単位流路がなす角を新しく θ とする。

ここで、 θ と d_p の分布は独立と仮定し、生起確率密度関数をそれぞれ $f_1(\theta)$ 、 $f_2(d_p)$ とする。
(1.2.4) 式を φ について積分すると $f_1(\theta)$ は次式で与えられる。

$$f_1(\theta) d\theta = \sin \theta d\theta \quad (1.3.9)$$

したがって、(1.3.8) 式における角度についての期待値は次式で与えられる。

$$\int_0^{\pi} \sin^4 \theta f_1(\theta) d\theta = 1/5 \quad (1.3.10)$$

(1.3.8)式に(1.3.10)を用いると、等方等質浸透層における透水係数Kは次式で与えられる。

$$K = c \cdot \frac{\lambda \rho g}{160\mu} \frac{\int d_p^4 f_2(d_p) dd_p}{\int d_p^2 f_2(d_p) dd_p} \quad (1.3.11)$$

本式における $f_2(d_p)$ は、浸透層構成粒子特性から、一般的な数式で与えることはできないが、粒度分布および空隙率が与えられると、第2章のシミュレーションにより d_{pi} の分布が求められるから、透水係数Kは予測可能となる。

浸透層が均一径dの粒子からなるときは、(1.3.11)式の積分は以下に示すように推定できる。

浸透層の切断面における円の直径が期待値 $\left(\frac{\pi}{4}\right)d$ をもち、空隙率 λ であることを、前章第2節の方法に用いることができる。すなわち、一辺が $\bar{l} = \frac{d}{1-\lambda} \left(\frac{\pi}{4}\right)$ の正三角形を考え、その面積の λ 倍を空隙とすると、空隙径要素 d_p について、つぎの関係が得られる。

$$\pi(d_p/2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \left\{ \frac{\pi}{4} d / (1-\lambda) \right\}^2 \lambda \quad (1.3.12)$$

したがって、 $\bar{d}_p \propto \sqrt{\lambda} d / (1-\lambda)$ となり、これを(1.3.11)式に用いると、Casagrande¹⁰⁾型の透水係数を与える式がえられる。

$$K = n \cdot \frac{\lambda^2}{(1-\lambda)^2} \frac{1}{\nu} d^2 \quad (1.3.13)$$

ただし、nは(1.3.11)式におけるcを含む定数である。

(4) 実験的検討

シミュレーション結果を実験により検証するとともに、粒形特性と(1.3.11)および(1.3.13)式における係数c、nについて検討する。

図-1.3.2は、実験に用いられた形球ガラス粒子の累加頻度である。E~Iは、ほぼ均一な粒子からなる浸透層の累加頻度、10~18は、E~Iを混合して得られたそれである。定水位透水試験による K_E 、シミュレーションによる値 K_S ((1.3.11)式の右辺においてcを除いた値)、両者の比(すなわち、(1.3.11)式における係数c)を一括して示したのが表-1.3.1である。また、角ばった砂に対しては、J. Donat⁷⁾の実験値を用いてシミュレーションの検証を行ない、その結果が表-1.

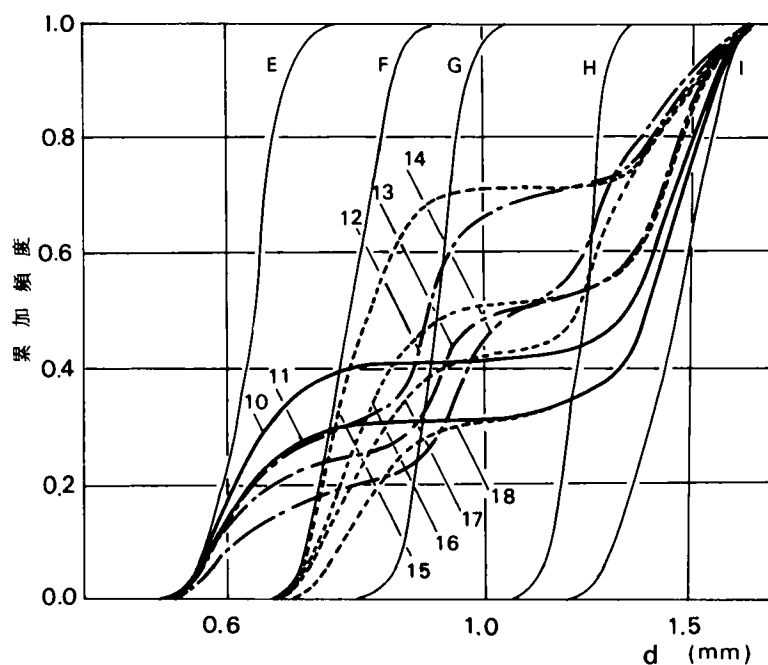


図-1.3.2 球形粒子粒度分布

表-1.3.1 透水係数 (1) (ガラス球)

RUN	\bar{d} mm	d_{60}/d_{10}	λ	K_E	K_S	$c (= K_E / K_S)$
E	0.620	1.10	0.38	0.288	0.294	0.979
F	0.774	1.13	0.38	0.383	0.429	0.894
G	0.915	1.09	0.38	0.575	0.716	0.802
H	1.200	1.08	0.38	1.03	1.10	0.938
I	1.464	1.14	0.38	1.46	1.54	0.947
10	1.12	2.41	0.356	0.466	0.605	0.775
11	1.20	2.50	0.346	0.567	0.619	0.918
12	0.98	1.63	0.361	0.500	0.551	0.901
13	1.04	2.33	0.364	0.530	0.617	0.863
14	1.12	2.00	0.346	0.596	0.565	1.054
15	0.97	1.24	0.356	0.438	0.506	0.863
16	1.11	1.90	0.351	0.551	0.562	0.980
17	1.10	1.74	0.360	0.610	0.593	1.020
18	1.25	1.89	0.368	0.749	0.832	0.901
平均						0.917

3.2 である。すなわち、ふるい目間隔 0.30 ~ 0.40 mm および 0.40 ~ 0.50 mm の 2 種の砂の混合比を変えて作られた Donat の浸透層における透水係数 K_E と著者によるシミュレーション値 K_S である。

表-1.3.1 および表-1.3.2 より、シミュレーションは実験結果をよく説明し、粒子の形状特性がわかれば、(1.3.11) 式における係数 c を定数として与えることが明らかにされた。

すなわち、(1.3.11) 式における係数 c の値は、球形粒子では 0.92、角ばった砂では 0.32 程度とすることができる。

表-1.3.3 および表-1.3.4 は球形カラス粒子および、角の少ない川砂について (1.3.13) 式

表-1.3.2 透 水 係 数 (2) (砂・Donat⁷⁾ による)

RUN	Sand I 0.35 mm	Sand II 0.45 mm	λ	K_E cm/s	K_S cm/s	$c (= K_E / K_S)$
1	1.00	0.0	0.392	0.0350	0.107	0.327
2	0.75	0.25	0.383	0.0358	0.115	0.312
3	0.50	0.50	0.397	0.0440	0.138	0.318
4	0.25	0.75	0.379	0.0452	0.143	0.316
5	0.15	0.85	0.379	0.0444	0.153	0.290
6	0.15	0.85	0.390	0.0561	0.181	0.310
7	0.10	0.90	0.385	0.0518	0.142	0.360
8	0.0	1.00	0.385	0.0577	0.179	0.322
平 均	0.319					

表-1.3.3 透 水 係 数 (3) (ガラス球・ほぼ均一径)

RUN	d mm	λ	K_E cm/s	K_S cm/s	$n (= K_E / K_S)$
E	0.62	0.37	0.252	0.132	1.91
	0.62	0.38	0.288	0.144	2.00
	0.62	0.40	0.308	0.171	1.81
F	0.77	0.37	0.360	0.206	1.74
	0.77	0.38	0.383	0.225	1.70
	0.77	0.40	0.426	0.266	1.60
G	0.92	0.37	0.512	0.288	1.78
	0.92	0.38	0.575	0.314	1.83
	0.92	0.40	0.587	0.372	1.58
H	1.20	0.37	0.934	0.495	1.88
	1.20	0.38	1.03	0.541	1.90
	1.20	0.40	1.07	0.640	1.67
I	1.46	0.37	1.41	0.740	1.90
	1.46	0.38	1.46	0.809	1.81
	1.46	0.40	1.49	0.958	1.56
J	1.86	0.37	2.22	1.19	1.87
	1.86	0.38	2.66	1.30	2.04
平 均	1.80				

表-1.3.4 透水係数(4) (川砂・ほぼ均一)

RUN	d mm	λ	K_E cm/s	K_S cm/s	$n (= K_E / K_S)$
1	0.36	0.40	0.0633	0.0576	1.10
2	0.44	0.40	0.105	0.0862	1.22
3	0.62	0.40	0.161	0.171	0.94
4	0.62	0.42	0.225	0.202	1.11
5	0.75	0.39	0.217	0.233	0.93
6	0.75	0.40	0.294	0.250	1.17
7	0.92	0.40	0.471	0.376	1.25
8	0.97	0.38	0.374	0.354	1.08
9	1.3	0.375	0.591	0.655	0.91
10	1.3	0.40	0.813	0.752	1.08
平均					1.08

における n を求めたものである。 n の値は、前者では1.8および後者では1.1程度となる。なお、Donatの実験を参照すると、角ばった砂では0.80、角の鋭い砂では0.35と推定される。

本節において得られた考察結果から、つぎのことが明らかにされた。

層流領域において、浸透層構成粒子特性より透水係数を求めるには、浸透層構成粒子の粒度分布、粒子の形状特性および空隙率を考慮し、均一粒子のときには(1.3.13)式、また、粒径分布のあるときは、シミュレーションによる d_p を(1.3.11)式に用いばよい。

表-1.3.5 係数 c, n

	球	川砂	角ばった砂	角の鋭い砂
c	0.92	—	0.32	
n	1.8	1.1	0.80	0.35

第3節 細孔流領域における平均流速

層流領域では、空隙系モデルの単位流路における流速がHagen-Poiseuilleの法則に従うとすればよいことがわかった。しかし、浸透層構成粒子がしだいに小さくなり、流路が一定値以下になると、流れは、いわゆるDarcyの法則で示される流れとは異なる特性を示すようになり、上のモデルは流れを

説明しえなくなる。

図-1.3.3は、(1.3.11)および(1.3.13)式で求められる透水係数 K と実験により求められた透水係数 K_E の比を流路要素 d_p により整理したものを示している(○は藤崎⁸⁾、⊖は室田、佐藤⁹⁾による実験値から求められた値である)。流路要素が一定値以下では、 $K_E/K \ll 1$ となることが明瞭に観察される。 $K_E/K \approx 1$ からはずれる領域が、先に述べた細孔流領域である。

細孔流領域における流れの機構の解明は容易でなく、本研究でも、二、三の定性的検討を試みるにとめる。

土粒子を乾燥させ、大気中に放置すると、大気に含まれる水分を吸着してその重量を増す。これは、一般に、鉱物粒子からなる浸透層構成粒子の表面が負の電荷を持ち、イオン化した水分子を吸着するため、吸着層厚さは $0.1 \sim 0.5 \mu$ 、粒子表面から 0.005μ ほどは固体に似た性質を示す¹⁰⁾といわれている。したがって、空隙系モデルにおいても、単位流路の壁面に吸着層を考えると、例えば、つぎの効果が考えられる。

- (i) 吸着層厚さの一部もだけ流路要素が小さくなる。
- (ii) 吸着層におけるイオン化した水分子は、流路における流れを引きもどすように作用し、流体のみかけの粘性を増大させることになる。

しかし、図-1.3.3で空隙径要素 \bar{d}_p が $20 \sim 30 \mu$ であっても、 $K_E/K \ll 1$ となることは、(i)および(ii)だけからは説明しえない。すなわち、(1.3.13)式で d_p の代わりに $(d_p - t)$ を用いて

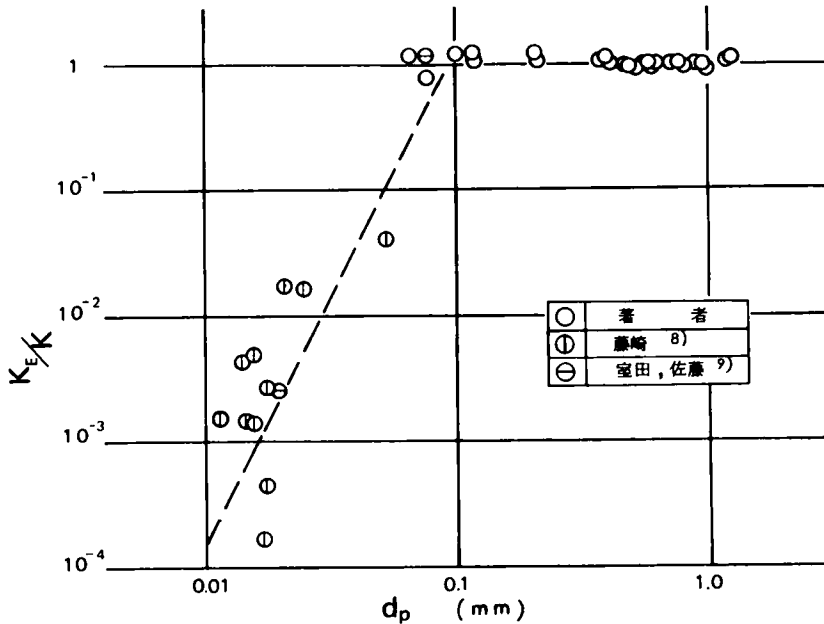


図-1.3.3 流路要素と透水係数

計算しても実験値を説明できず、この程度の空隙規模では、(i) による影響は顕著でない。また(ii) によれば、粘性が 10^2 倍にもなる^{*}としなければ、現象を説明しえない。

そこで、例えば、空隙系モデルを修正して以下のように考えると、透水係数の急激な減少が都合よく説明される。

空隙流路壁面の吸着作用により、流路径の小さいものは全く流体を通さなくなると考えられ、それに接続する流路も流れに対して無効となる。したがって、空隙径要素 d_p のすべてが有効にはならず、孤立空隙を生ずる。さらに、(ii) に述べた効果が加わり、流路の壁面近傍で流体のみかけの粘性が増加^{**}し、Hagen-Poiseuille の式による値に比べて流量が少なくなる。

以上述べた結果を定式化するのは容易でなく、例えば、1つの表現法として、空隙系モデルにおいて、流体素分の流れを追跡し、それが無効流路に出合ったときに、その流れを無効とするシミュレーションが考えられる。

第 4 節 乱流領域における平均流速

(1) 基礎方程式

完全な乱流では、流れの粘性による影響は無視され、管路内の流れにおける運動量保存の関係から、ピエゾ水頭の変化 $\frac{\partial h}{\partial l}$ ¹²⁾ は、次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial l} = \frac{4\tau_b}{\rho g d_p} \quad (1.3.14)$$

ここに、 τ_b は壁面におけるせん断力で、Darcy-Weisbach による摩擦損失係数を f とすれば、 $\tau_b = f \cdot \rho v^2 / 8$ である。乱流における摩擦損失係数 f は経験的に定められ、完全な乱流では流路の壁面特性により定まる定数となる。

したがって、乱流領域における単位流路内の平均流速は、次式で与えられよう。

$$u_i = C_f \cdot \sqrt{2g} \cdot d_i^{0.5} \left| \frac{\partial h}{\partial l} \right|_i^{0.5} \quad (1.3.15)$$

ここに、 C_f は摩擦損失係数 f を含む係数 ($C_f \propto 1/\sqrt{f}$) で、浸透層の構成粒子により特性づけ

* 粘性係数 水 1.14 グリセリン 121 (センチポアズ/ 0°C)

** cf. Karad, G. Nagy, I. V.¹¹⁾ は、流体は流路壁面近傍では、Bingham 流体において、塑性限界応力が壁面からの距離とともに減少するようなレオロジー特性をもつ流れとしている。

られる。

(1.3.15) 式を空隙系モデルに適用すれば、層流領域におけると同様な考察が可能となり、乱流領域での平均流速式が求められる。

すなわち、浸透層内の流れの断面平均流速 $U (= \Sigma q_i / A)$ は、次式で与えられる。

$$U = c_f \cdot \sqrt{2g} \cdot \frac{\lambda \Sigma d_p i^{2.5} \cos \alpha_i}{\Sigma d_p i^2} \left| \frac{\partial h}{\partial l} \right|^{0.5} \quad (1.3.16)$$

したがって、乱流においては $U \propto \left| \frac{\partial h}{\partial l} \right|^{0.5}$ となり、例えば、 x 軸方向では次式が得られる。

$$U = K_{tx} \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|^{0.5} \quad (1.3.17)$$

$$K_{tx} = c_f \cdot \sqrt{2g} \cdot \frac{\lambda \Sigma d_p i^{2.5} \cos^2 \alpha}{\Sigma d_p i^2} \quad (1.3.18)$$

また、空隙系モデルにおける空隙径要素 d_p と流路の方向角 $\alpha_i (i = x, y, z)$ の確率密度関数を用いると、異方性浸透層においては、次式が得られる。

$$K_{ti} = c_f \cdot \sqrt{2g} \frac{\iint \lambda d_p^{2.5} \cos^2 \alpha f_i(d_p, \alpha) dd_p d\alpha}{\iint d_p^2 f_i(d_p, \alpha) dd_p d\alpha} \quad (1.3.19)$$

ただし、 $i = x, y, z$ である。

浸透層が等方等質のときには、次式をうる。

$$K_t = c_f \cdot \frac{\sqrt{2g}}{3} \frac{\lambda \int d_p^{2.5} f_d(d_p) dd_p}{\int d_p^2 f_d(d_p) dd_p} \quad (1.3.20)$$

また、浸透層が均一粒径 d の粒子からなるとき、(1.3.12) 式を用いると次式をうる。

$$K_t = n_f \cdot \lambda^{1.25} (1 - \lambda)^{-0.5} d^{0.5} \quad (1.3.21)$$

ただし、 n_f は、 c_f を含む定数である。

(2) 実 験 的 検 討

つぎに、上に述べた考察結果の実験による検討について述べよう。

実験装置は、図-1.3.4に示す通りで、流量は一定容積の水が流出する時間を測定する方法によった。実験は定水頭法で行なわれ、水頭差は0~150cmが用いられた。

図-1.3.5は、Reynolds数が1より大きい場合、球形粒子の摩擦損失係数とReynolds数の関係を示したものである(●はG.Kovács,¹³⁾ ●はG.Karadi およびI.V.Nagy¹⁴⁾の値である)。ただし、摩擦損失係数 f' およびReynolds数 Re' における流速は空隙率を考慮した空隙内実流速、また、流れの代表長さとしては、(1.3.12)式から求められる空隙径要素 d_p が用いられた。したがって、浸透層構成粒子の平均粒径 \bar{d} 、断面平均流速 U および空隙率 λ との関係は次式で与えられる。

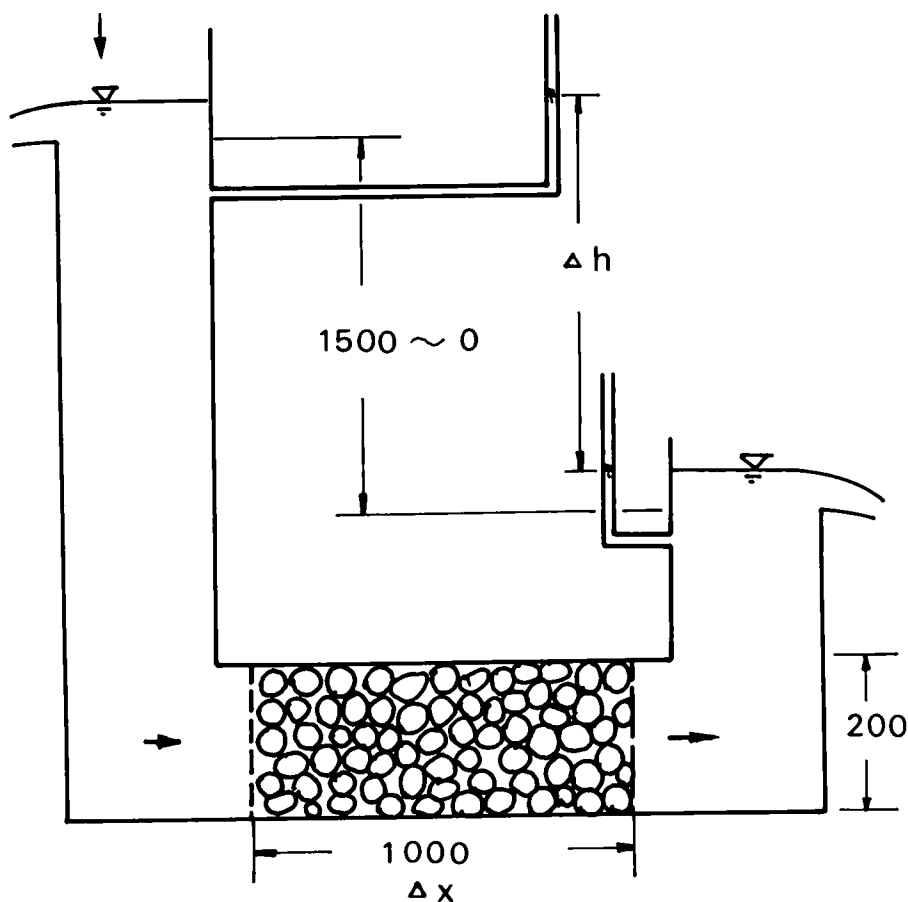


図 - 1.3.4 実験装置 (乱流領域)

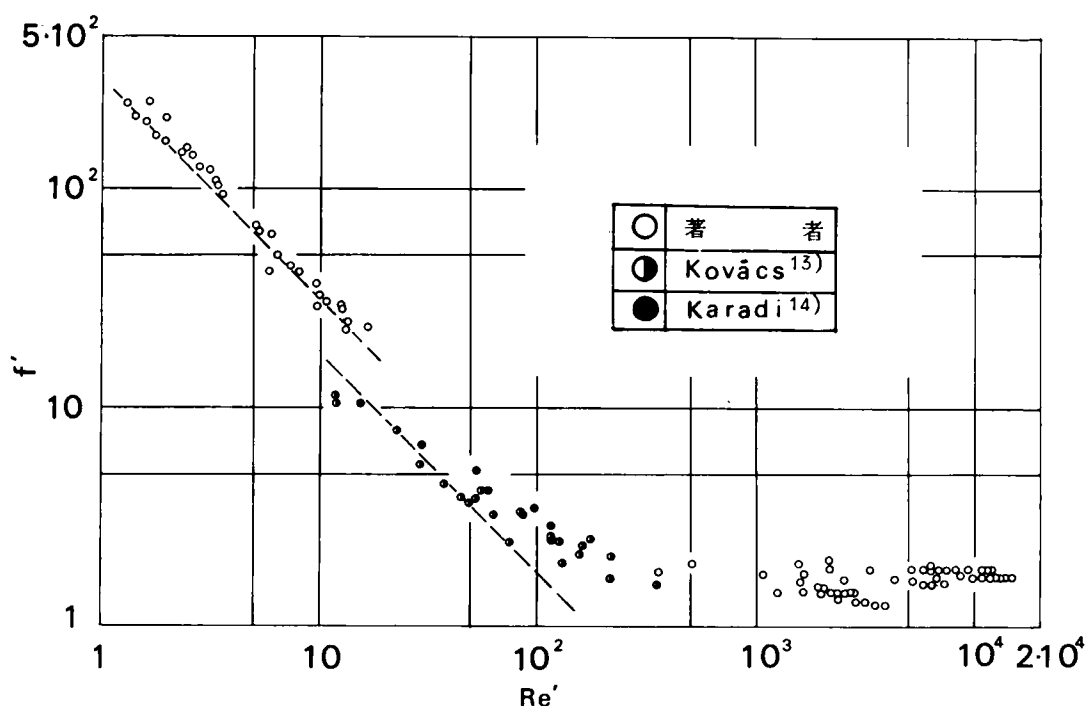


図-1.3.5 摩擦損失係数

$$f' = 0.459 \frac{\lambda^{2.5}}{1-\lambda} \frac{2 g \bar{d} I}{v^2} \quad (1.3.22)$$

$$Re' = 0.459 \frac{1}{(1-\lambda)\sqrt{\lambda}} \frac{U \cdot \bar{d}}{\nu} \quad (1.3.23)$$

図-1.3.5では、著者による f' の実験値はやや大きくなる傾向を示しているが、層流状態を示す 45° の直線を参照すると、 Re' が10から500～1000では層流から乱流へのせん移領域、これ以上では f' はほぼ一定で、流れは完全に乱流となることが明らかである。 Re' が大きいところでは、 f' が一定になることは、(1.3.20)、(1.3.21)式の誘導において、 c_f および n_f を定数としたことが妥当となろう。

つぎに、表-1.3.6および7は、磁器製の球および碎石について、 c_f および n_f を求めたものである(表中*印は、建設省土木研究所報告¹⁵⁾による値である)。表から、 n_f は球形粒子で2.4、碎石で1.4、また、 c_f は3.1および1.7となり、乱流領域における平均流速は、(1.3.17)(1.3.20)および

(1.3.21) 式から推定されることがわかる。

表- 1.3.6 乱流領域における透水係数(1) (磁器球)

RUN	d mm	d ₆₀ /d ₁₀	λ	KE cm/s	Re	n _f	c _f
1	18.4	1.06	0.373	12.4	2000 ~ 2700	25.0	3.08
2	18.4	1.06	0.383	13.9	3000 ~ 3800	26.6	3.36
3	30.4	1.05	0.395	16.5	4300 ~ 7000	24.6	2.95
4	38.5	1.09	0.475	24.0	5000 ~ 10000	22.8	2.96
5	38.5	1.09	0.520	28.6	6000 ~ 14000	23.1	2.91
平均						24.4	3.05

表- 1.3.7 乱流領域における透水係数(2) (碎石, * 15)

RUN	d mm	d ₆₀ /d ₁₀	λ	KE cm/s	Re	n _f	C _f	備考
1	20.0	3.3	0.387	9.61	2800~4500	14.3	1.34 2.02 1.86 1.41	* * * *
2	40.0		0.511	17.3	3300~8900	14.0		
3	109.0		0.445	22.6	3700~9900	14.0		
4	45.4		0.433	10.6	1800~2600			
5	49.0		0.465	18.0	3700~5100			
6	109.0		0.445	22.6	3700~9900			
7	133.8		0.383	13.8	3500~6200			
平均						14.1	1.66	1.5

表- 1.3.8 係数 c_f, n_f

	球	碎石
c _f	3.1	1.7
n _f	2.4	1.4

第 5 節 せん移流領域における平均流速

図-1.3.5に示されるように、 Re' が1～10から500～1000では、流れは層流から乱流へのせん移状態にある。浸透層内の流れのせん移領域における平均流速は、 $|\partial h / \partial l| = av + bv^2$ ¹⁶⁾などいくつかの経験式で与えられているが、ここでは、空隙系モデルの単位流路における平均流速が、層流では $u_i \propto \frac{d_{pi}^2}{\nu} \frac{\partial h}{\partial l}$ ，乱流では、 $u_i \propto d_{pi}^{0.5} \left| \frac{\partial h}{\partial l} \right|^{0.5}$ で与えられることから、せん移領域では次式を仮定しよう。

$$u_i = a_i \left| \frac{\partial h}{\partial l} \right|^s \quad (1.3.24)$$

$$0.5 < s < 1.0 \quad (1.3.25)$$

しかし、(1.3.25)式における a_i および s は空隙系特性および Reynolds 数の関数と考えられ、その解析が容易でない。

ここでは、等方等質浸透層の空隙系モデルにおいて、すでに述べてきた考察を適用すると、次式が求められることを示すにとどめる。

$$U = \frac{\iint a_i \lambda d_{pi}^2 \cos^{1+s} \theta f(d_p, \theta) dd_p d\theta}{\iint d_{pi}^2 f(d_p, \theta) dd_p d\theta} \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|^s \quad (1.3.26)$$

ただし、 $0.5 < s < 1.0$ である。

第 6 節 結 言

以上、本章では、浸透層内の流れを、空隙系特性、流体特性および流れの力学、運動学的特性により、細孔流、層流、せん移流、乱流領域に分類し、各領域における単位流路内の流れと空隙系にわたる平均流についての検討がなされた。

細孔流領域については、流れが Darcy 則に従わなくなる理由について考察したが、その解析は容易でなく、空隙系モデルの修正について検討するにとめられた。

層流領域については、単位流路内の流れが Hagen-Poiseuille の法則に従うとすると、空隙系における平均流は、Darcy 則で表わされることを示し、浸透層が流れに対し異方性および等方性のとき、透水係数と浸透層構成粒子特性および空隙率との関係について検討した。後者については、構成粒子の粒度分布から乱数による空隙系モデルのシミュレーション結果を適用し、また、均一粒子のときはその粒径から

透水係数が推定可能なことを示し、実験により、それらの式における水理定数を定めた。

せん移流領域については、その領域と Reynolds 数との関係が明らかにされたが、平均流速式を確立するには至らなかった。

乱流領域については、空隙系モデルの単位流路内の流れが管路における乱流に相似であることを用い、空隙系にわたる平均流速は、ピエゾ水頭勾配の 0.5 乗に比例することが導かれた。また、実験によりその式における水理定数を定め、乱流領域における透水係数と空隙系特性との関係を明らかにした。

参 考 文 献

- 1) 吉田昭治 : 浸透流の基礎方程式, 農業土木研究別冊 1 号, 1960. |
- 2) Childs, E. C. and Collis-George, N. : The Permeability of Porous Materials, Proc. of Royal Society of London, Vol. 201, 1950.
- 3) Graton, L. C. and Fraser, H. J. : Systematic Packing of Spheres — with Particular Relation to Porosity and Permeability, The Journal of Geology Nove.—Dece., 1935 Supplementary number.
- 4) 岩佐義朗 : 水理学, 朝倉土木工学講座 3 朝倉, 1967.
- 5) Lamb, H. : Hydrodynamics, Six Edition, Cambridge Univ. Press, 1932.
- 6) Childs, E. C. : The Anisotropic Hydraulic Conductivity of Soil, The Journal of Soil Science, Oxford, Vol. 8, 1957.
- 7) Donat, J. : Ein Beitrag zur Durchlässigkeit der Sand, Wasserkraft und Wasserwirtschaft, Heft 17, September 1929.
- 8) 藤崎忠俊 : 土の透水性に関する研究, 京都大学工学修士論文, 1969.
- 9) 室田明, 佐藤邦明 : 空隙規模の分布による透水係数の評価について, 第 13 回水理講演会講演集, 1969.
- 10) Terzaghi, K. and Peck, P. B. : Soilmechanics in Engineering Practice, John Wiley & Sons, New York, 1948.
- 11) Karadi, G. and Nagy, I. V. : Investigations into the Validity of the Linear Seepage Law, Proc. of 9th I.A.H.R. Dubrovnik, 1961.
- 12) 前出 4)
- 13) Kovace, G. : Relationship between Velocity of Seepage and Hydraulic Gradient in Zone of High Velocity, Proc. of 13th I.A.H.R. Vol. 4, Kyoto, 1969.
- 14) 前出 11)
- 15) 土木研究所資料第 442 号, 有明海締切堤防調査報告書, 建設省土木研究所, 1969.
- 16) Scheidegger, A. E. : The Physics of Flow through Porous Media, Univ. Toronto Press, 1960.

第 4 章 浸透層内の流れの分散機構

第 1 節 概 説

淡水と塩水のように、混合可能な流体の浸透層内における拡散現象は、主として流体を構成する液体分子の熱的擾乱による分子拡散 (molecular diffusion) と浸透層の複雑な空隙系を流体素分が流過するにともなう対流分散 (Convective dispersion) とに分けられる。しかし、前者は、後者に比べて省略されるほどに小さく、浸透流の拡散は、分散現象と考えて差し支えなく、ここに浸透層の幾何学的特性および流路内の流速に支配されることになる。^{1),2)}

浸透層内の流れの分散に関する従来の研究は、分散物質の保存則から導びかれる拡散方程式についての研究³⁾と浸透層の空隙系モデルあるいは流体素分の運動を統計的に検討し、中心極限定理により分散物質が流れの場で正規分布することを導く研究⁴⁾とに分けられる。

前者によると、流速ベクトルを \mathbf{v} 、分散物質の濃度を S とする拡散方程式

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla S = \nabla \cdot (D \nabla S) \quad (1.4.1)$$

において、分散係数テンソル D は異方性浸透層では 9 つの成分 D_{ij} ($i, j = x, y, z$) で表わされ、 \mathbf{v} の成分 v_i ($i = x, y, z$)、浸透層の幾何学的特性 α を用いると、 D_{ij} は次式で与えられ、結局、8 1 の成分となる。

$$D_{ij} = \alpha_{ijlm} \cdot \frac{v_l v_m}{|\mathbf{v}|} \quad (1.4.2)$$
$$i, j, l, m = x, y, z$$

A.E. Scheidegger⁵⁾ は、等方等質浸透層では、分散係数テンソル D が、流れ方向 (縦方向) および横方向分散係数だけで表わしうることを明らかにした。ここでは、拡散方程式の誘導過程で空隙系特性をいかに考慮するか、(1.4.2) 式の α を空隙系特性といかに関係づけるかが課題となる。

流れを統計的に解析する研究としては、ピエゾ水頭を確率変数により表わし、縦および横方向分散係数を求めた P.G. Saffman⁶⁾ のもの、あるいは空隙系のモデル化により同様な結果を得た J. Jong⁷⁾ の研究がある。いずれにおいても、空隙特性の表現の困難さが見られるが、示唆に富み、興味深い結果がえられている。

本研究では、後者の方法により、空隙系特性から分散物質の運動を確率変数により表わし、統計的に解析する方法をとる。すなわち、混合可能な中立浮遊子（分散要素と呼ぶ）の浸透層内の運動を追跡し、分散機構の解析を行なう。（ここで、分散要素により流れは影響を受けないとするが、この意味では流体素分そのものともいえよう。）

本章は、主として、つぎの三部からなる。

第一に、浸透層内の分散要素の運動がマルコフ過程に従うとすると、その濃度分布が拡散方程式で表わされることを示す。

つぎに、すでに求められた空隙系モデル内の淡水流れへ、スリットから流入する塩水の分散パターンを乱数モデルによりシミュレートする。

第三に、両者の定常で、同一境界条件での解から、縦および横方向分散係数の推定を試みる。

解析のとき、空隙系モデルにおける単位流路内の分散要素の流速を、流路内の流速分布および流路の幾何要素と分子拡散の関係から決めることもできるが、⁸⁾ これらを詳細に検討することは、解析をいたずらに複雑にするから、以下では、流路内の平均流速について考察を行なう。また、流れは層流であるとする。

第 2 節 分散現象の基礎方程式

(1) 従来の研究に関する考察

浸透層の分散現象が拡散方程式（1.4.1）に従うことは、通常、以下に示す解釈⁹⁾によっている。

分散物質 ρS （ ρ ：密度、 S 濃度）および流体の連続式から求められる S と v_i についての基礎式で、 v_i および S が、平均量 \bar{v}_i 、 \bar{S} とそれからの変動量 v_i' 、 S' の和であることを用い、空間的に平均操作すると、（1.4.3）式が得られる。ただし、 $i, j = x, y, z$ である。

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{S'v_i'}}{\partial x_i} = 0 \quad (1.4.3)$$

ここで、開水路流れの乱流拡散¹⁰⁾などからの類推により、

$$S'v_i' = -D_{ij} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_j} \quad (1.4.4)$$

を仮定し、 S （ \bar{S} を新しく S とする）が拡散方程式（1.4.1）式に従うことを導くものである。

図-1.4.1は、浸透層内における分散現象を模式化したものであるが、ここで、分散物質の移動が濃度勾配に従う（（1.4.4）式）と仮定するのは必ずしも十分な解釈といえなからう。また、（1.4.4）式において、 D_{ij} と浸透層の幾何学的特性との関係を求めるのも容易でないと思われる。したがっ

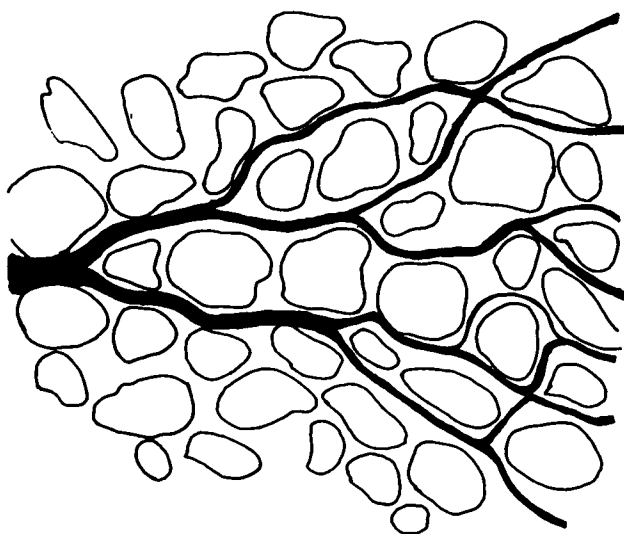


図 - 1 . 4 . 1 浸透層内の流れ

て、本研究では、分散要素の空隙系内の動きに注目し、つぎのような考察を行なった。

(2) 基 礎 方 程 式

$x-y$ 平面で、 x 軸の方向を平均流向（ピエゾ水頭 h は x だけの関数）とする定常な流れにおいて、分散要素が時刻 t に位置 (x, y) にある条件付確率は、その前の時刻 $t' (= t - \Delta t)$ にあった位置 $\{x' (= x - \Delta x), y' (= y - \Delta y)\}$ および時間間隔 Δt に従がうとすると、これはマルコ過程となる。

短い時間 Δt に移動する距離 $\Delta x, \Delta y$ を運動の単位ステップと考え、定常で空間的に一様なマルコ過程のせん移確率を $p(x - x', y - y', t - t')$ で表わすと、次式が成り立つ。¹¹⁾

$$p(x, y, t + \Delta t) = \iint p(x - \Delta x, y - \Delta y, t) p(\Delta x, \Delta y, \Delta t) d\Delta x d\Delta y \quad (1.4.5)$$

積分は $\Delta x, \Delta y$ のすべてについて行なわれ、 p について $\langle (\Delta x)^2 \rangle_{\Delta t}, \langle (\Delta y)^2 \rangle_{\Delta t}$ の存在、時間について 1 階、空間について 2 階までの偏微分が存在すると仮定する。また、平均流向が x 軸であることから、 $\langle \Delta y \rangle_{\Delta t} \div 0$ 、流れの性質から $\langle \Delta x \cdot \Delta y \rangle_{\Delta t} \ll \langle (\Delta x)^2 \rangle_{\Delta t}$ 、 $\langle (\Delta y)^2 \rangle_{\Delta t}$ となることに注意し、 $\Delta x, \Delta y$ に関する平均量について (1.4.6), (1.4.7), (1.4.8) 式を用いる。ただし、 $\langle \rangle_{\Delta t}$ は、 Δt に関する平均を示す。

$$\langle \Delta x \rangle_{\Delta t} = m \cdot \Delta t \quad (1.4.6)$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle_{\Delta t} - \langle \Delta x \rangle_{\Delta t}^2 = \sigma_{\Delta t}^2 \cdot \Delta t \quad (1.4.7)$$

$$\langle (\Delta y)^2 \rangle_{\Delta t} - \langle \Delta y \rangle_{\Delta t}^2 = \sigma_{\Delta y}^2 \cdot \Delta t \quad (1.4.8)$$

ここで、(1.4.5)式の左辺を展開すると次式を得る。

$$p(x, y, t + \Delta t) = p(x, y, t) + \frac{\partial p}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t) \quad (1.4.9)$$

また、 $p(x - \Delta x, y - \Delta y, t)$ はつぎのようにおくことができる。

$$\begin{aligned} p(x - \Delta x, y - \Delta y, t) &= p(x, y, t) - \left\{ \frac{\partial p}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial p}{\partial y} \Delta y \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + 2(\Delta x \Delta y) \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} + (\Delta y)^2 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \left[\left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} p(x - \theta_1 \Delta x, y - \theta_2 \Delta y, t) - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right\} (\Delta x)^2 \right. \\ &\quad + 2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} p(x - \theta_1 \Delta x, y - \theta_2 \Delta y, t) - \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial y} \right\} (\Delta x \Delta y) \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} p(x - \theta_1 \Delta x, y - \theta_2 \Delta y, t) - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right\} (\Delta y)^2 \right] \quad (1.4.10) \end{aligned}$$

ただし、 p は $p(x, y, t)$ である。

(1.4.9)および(1.4.10)式を(1.4.5)式に用い、Lindebergの条件¹²⁾が成り立つと仮定すると、積分において、(1.4.10)式右辺第4項は $O(\Delta t)$ の程度の無限小量になるから、次式をうる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + m \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \sigma_{\Delta x}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \sigma_{\Delta y}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + m^2 \cdot \Delta t \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1.4.11)$$

ここで、 $\Delta t \rightarrow 0$ の極限で次式をうる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + m \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2} \sigma_{\Delta x}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \sigma_{\Delta y}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \quad (1.4.12)$$

上の考察では、 p を 1 つの分散要素のせん移確率としてきたが、局所的な意味での流れの場における平均水理量について考えると、 p を分散物質の濃度 S および m を流れの実平均流速 U とすることができる。また、 $\frac{1}{2}\sigma_{\Delta x}^2$ 、 $\frac{1}{2}\sigma_{\Delta y}^2$ を D_1 、 D_2 とおくと、つぎの拡散方程式が求められる。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} = D_1 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (1.4.13)$$

これまでの考察は、分散要素の運動の厳密な取り扱いとはいえないが、空隙系モデルにより、単位流路の水理要素が与えられるとき、分散係数 D_1 、 D_2 と空隙特性との関係を検討することが可能で、後に、乱数モデルによる流れの分散の数値シミュレーションにおいて、 D_1 および D_2 を求める水理学的根拠が得られたことになる。

第 3 節 分散機構の乱数モデル

分散要素の運動の場を座標 (x, y, z) で表わし、解析を単純にするため、分散要素は、 $x = y = 0$ の直線スリット (z 方向には一様) から流入する場合について考察を行なう。流れは定常で、ピエゾ水頭 h は x だけの関数とする。

したがって、流れは z 方向に一様であり、 x 軸について対称となるから、 $x-y$ 平面 ($x \geq 0$) にお

ける分散要素の運動に注目すればよい。図-1.4.2 は流れの場 $x-y$ 平面を、 x 方向に $1 (1 = 1, 2, \dots, I)$ 、 y 方向に $j (j = 1, 2, \dots, J)$ と番号をつけ、単位空間 $\text{Cell}(1, j)$ に分けたものである。

スリットから流入する分散要素の空隙系における運動はフローチャートⅡで示される。

1～31 フローチャートⅠおよびⅡによ

り、空隙系モデルの流路長要素 d_{pi} および流路長要素 l'_i を与える。

32 計算に必要な水理定数を与える。

dh/dx : ピエゾ水頭勾配

N_p : 単位時間に流入する分散要素の数

C_l : 流路長さを定める係数 ($l_i = C_l \cdot l'_i$)

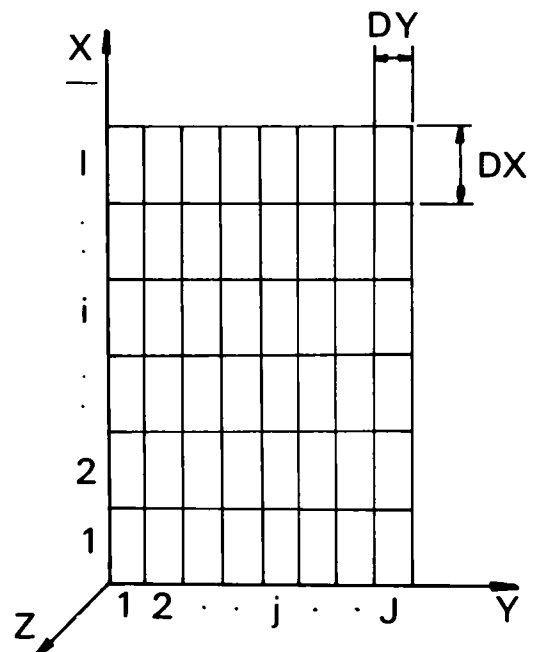
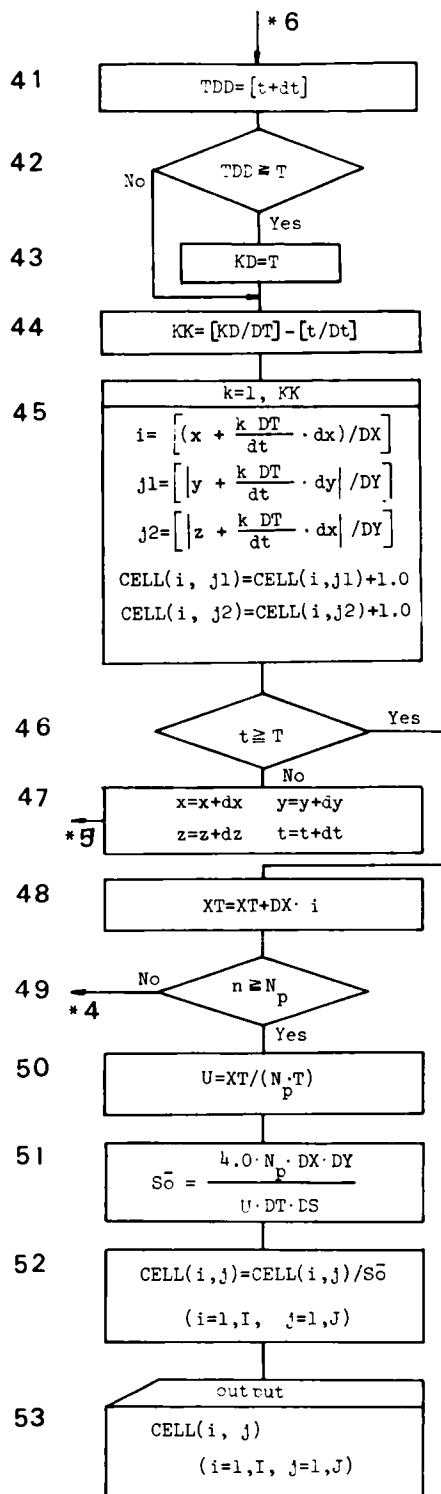
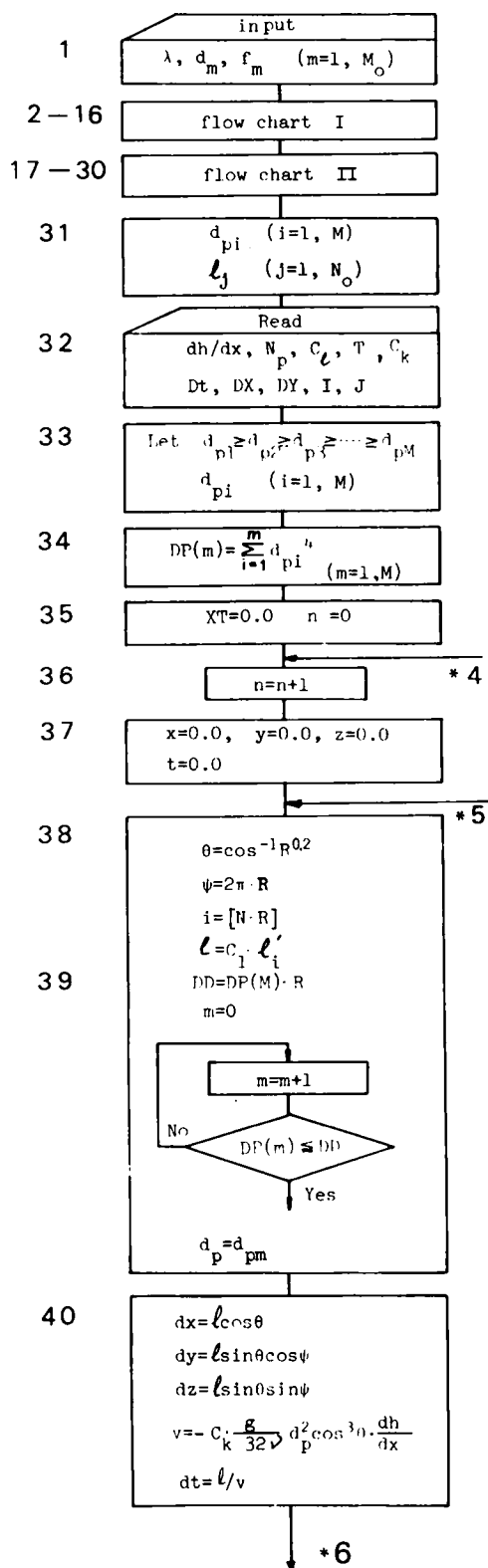


図-1.4.2 単位空間モデル



フ ロー チ ャート II

C_k : 流速を与えるための係数 (cf. (1.3.1) 式)

T : 分散要素を追跡する時間 (シミュレーションの総時間)

DX, DY : 単位空間 $Cell(i, j)$ の x および y 方向長さ

DT : 分散要素の位置を $Cell(i, j)$ に記録する時間間隔

I, J : 単位空間 $Cell$ の x および y 方向の数

分散要素が単位流路の出口に達したとき、つぎの流路として選ぶ水理要素 (θ, φ, d_p, l) の基準は、その流路への流量に比例すると考える。

θ : (1.3.2) 式で表わされる単位流路における流量 q_i , および傾き角が $\theta \sim \theta + d\theta$ にある幾何学的な割合により、一様乱数 R ($0.0 \sim 1.0$) から θ を求めるには、つぎの関係が用いられる。

$$\frac{\int_0^{\theta} \cos^4 \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \theta \sin \theta d\theta} = 1.0 - R \quad (1.4.14)$$

したがって、 R から次式により θ が与えられる。

$$\theta = \cos^{-1} R^{0.2} \quad (1.4.15)$$

φ : θ と同様な考察により、 R から、次式により φ が与えられる。

$$\frac{\int_0^{\varphi} d\varphi}{\int_0^{2\pi} d\varphi} = R \quad (1.4.16)$$

$$\varphi = 2\pi \cdot R \quad (1.4.17)$$

d_p : (1.3.2) 式から、 $q_i \propto d_{pi}^4$ となるから、31 で与えられた d_p を大きさの順に並べ、それぞれ d_{pi}^4 の m 番目までの和 $DP(m) = \sum_{i=1}^m d_{pi}^4$ ($m = 1, 2, \dots, M$) を求めておくと、 R により次式を満たす m 番目の d_{pm} を d_{pi} とすればよい。

$$DP(m) \leq R \cdot DP(M) < DP(m+1) \quad (1.4.18)$$

l : 流量と流路長さ l は独立と考えているから、任意に並べられた N 個の l' から次式により与えられる i 番目の l' を用いればよい。

$$i = [N \cdot R] \quad (1.4.19)$$

ただし, [] はガウス記号で, $N \cdot R$ を越えない最大の整数を表わす。

したがって, それぞれの流路要素およびピエゾ水頭勾配から, 分散要素がその流路により移動する距離および通過に要する時間が与えられる。

$$v_i = -C_k \cdot \frac{g}{32\nu} \cdot d_{pi}^2 \cos^3 \theta_i \frac{dh}{dx} \quad (1.4.20)$$

$$dt_i = l_i / v_i \quad (1.4.21)$$

$$dx_i = l_i \cos \theta_i \quad (1.4.22)$$

$$dy_i = l_i \sin \theta_i \cos \varphi_i \quad (1.4.23)$$

$$dz_i = l_i \sin \theta_i \sin \varphi_i \quad (1.4.24)$$

33 空隙径要素 d_{pi} を大きさの順に並べる。

34 一様乱数 R から, 39 において d_{pm} を定める準備として, $\sum_{i=1}^m d_{pi}^4$ ($m=1, 2, \dots, M$) を求め, $DP(m)$ とする。

35 X^T : 平均流速を求めるパラメーター

36, 49 n : N_p 個の分散要素を動かすためのパラメーター

37 x, y, z, t : 時刻 t における分散要素の位置を示す変数

38, 39 (1.4.15), (1.4.17), (1.4.18), (1.4.19) 式にそれぞれ一様乱数 R を与え, 分散要素が通過する流路要素 (θ, φ, l, d_p) を定める。

40 分散要素が与えられた流路を通過することにより移動する距離 (dx, dy, dz) および通過に要する時間 dt を求める。

41~44 時間 t に新しく dt を加えることにより時間 T を越えないかを判定し, $t \sim t + dt$ を DT で分割し, 45 における計算の準備をする。 $t + dt$ が T を越えるときは, 丁度 T になる位置を求め, つぎの分散要素についての計算に移る。

空隙系モデルにおける浸透流は定常と考えているから, それぞれの分散要素について, DT 毎に分散要素の位置を記録していけば, スリットから時間 DT 毎に連続的に分散要素を流入させると同じ効果になる。また, 流れは z 軸方向に一様であるから, 空隙空間における分散要素を $x-y$ 平面 ($z=0$) に投影した

位置を $Cell(i, j)$ に記録すればよい。このことは、 $z \neq 0$ におけるスリットからの分散要素の流入効果を考えたことになる。

一方、フローチャートⅢの38～40では、点源からの分散要素の流入であるから、45で、 $Cell(i, j)$ へ分散要素の位置を記入するとき、 z 座標を x 軸について 90° 回転し、 y 座標における値としてもよい。また、流れは、 x 軸に対称であるから、 y の負の領域での値を x 軸について折り返して用いれば、スリットから $4N_p$ 個の分散要素を流入させたと同じ効果が $Cell(1, j)$ に得られる。

45 流路内を移動する分散要素の時間 DT 毎の位置を $Cell$ に記入する。

46, 47 分散要素を T 時間移動させるための操作である。

48 時刻 T における、それぞれの分散要素の位置の和を求める。

50 分散要素全体の実平均流速 U を求める。

51 $4N_p$ 個の分散要素を平均流速 U で動かしたときの濃度指標 S_0 を求める。

DS：スリットが支配する流入源の幅より定められる値

52 それぞれの単位空間の濃度を求める。

以上の手順により、スリットから定常的に流入する浸透層内の分散要素の分散パターンが得られる。

第 4 節 分散現象のシミュレーション

同一の水理条件の下での拡散方程式（1.4.13）式の解および前節の解析により求められる分散パターンから、縦方向分散係数 D_1 および横方向分散係数 D_2 が推定される。

(1) 縦 方 向 分 散

流れの主流向が x 軸方向のとき、縦方向分散を考察するには、横方向分散の影響が相殺されるように流入源が y 方向に一様なモデルについて検討すればよい。

(i) 分散パターンのシミュレーション

図-1.4.2の y 軸上に格子間隔 DY 毎に分散要素の流入源を並べると、一次元分散パターンが得られる。実際の計算では、フローチャートⅢにより求められる分散物質の分布 $Cell(1, j)$ を j について加えればよい。

図-1.4.3は、数値シミュレーション例であり、計算は、浸透層構成粒子径 $d = 0.096\text{ cm}$ 、空隙率 $\lambda = 0.36$ 、 $DX = 0.0584\text{ cm}$ 、実平均流速 $U = 0.0940\text{ cm/s}$ 、 $C_f = 0.5$ の下に行なわれた。

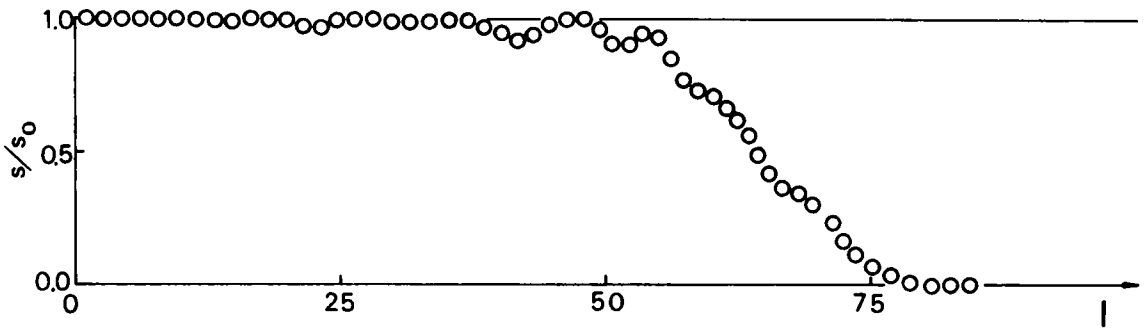


図-1.4.3 縦方向分散シミュレーション例

(ii) 拡散方程式による解

一次元分散では、基礎方程式(1.4.13)式から(1.4.25)式が与えられる。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} = D_1 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \quad (1.4.25)$$

上式をつぎの条件の下で解けばよい。

$$S(0, t) = S_0 \quad (t \geq 0)$$

$$S(x, 0) = 0 \quad (x > 0) \quad (1.4.26)$$

$$S(\infty, t) = 0 \quad (t \geq 0)$$

すなわち、一次元拡散方程式の解は次式で与えられる¹³⁾(図-1.4.4)。

$$S/S_0 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x - Ut}{2(D_1 t)^{\frac{1}{2}}}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{Ux}{D_1}\right) \operatorname{erfc}\left\{\frac{x + Ut}{2(D_1 t)^{\frac{1}{2}}}\right\} \quad (1.4.27)$$

通常、上式の右辺第2項は省略でき、濃度Sは次式で近似される。

$$1 - 2 \cdot \frac{S}{S_0} = \operatorname{erf}\left\{\frac{x - Ut}{2(D_1 t)^{\frac{1}{2}}}\right\} \quad (1.4.28)$$

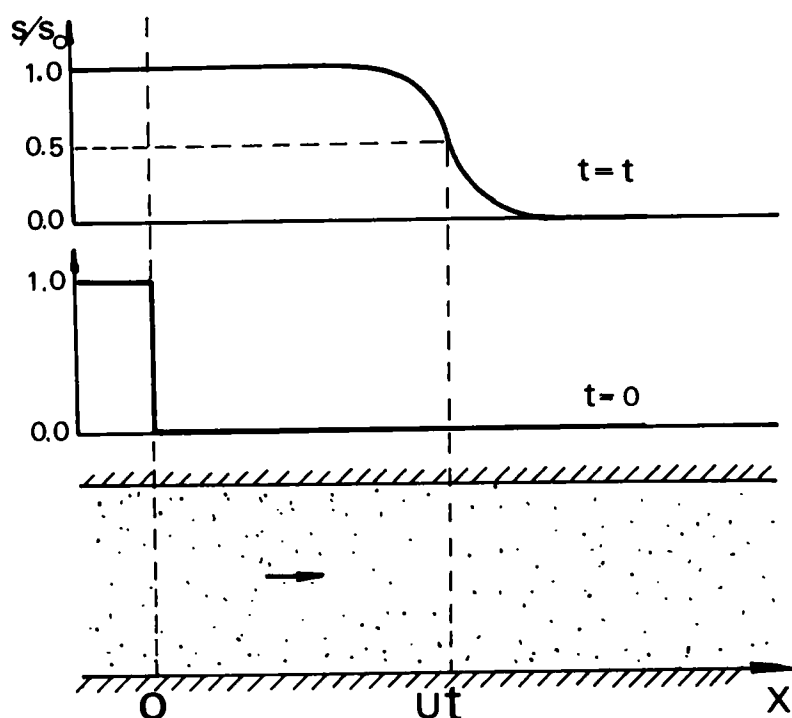


図 - 1.4.4

(iii) 縦方向分散係数

(1.4.28) 式において、つぎのようにおく。

$$\xi = \frac{x - Ut}{2(D_1 t)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.4.29)$$

一方、図-1.4.3において、 $x_i (=DX \cdot i)$ における $(S/S_0)_i$ を、(1.4.28)式に用いると ξ_i が求められる。したがって、(1.4.28)式から、最小自乗法を適用して、次式で D_1 が与えられる。

$$D_1 = \frac{1}{4t} \left(\frac{\sum \xi_i (x_i - Ut)}{\sum \xi_i^2} \right)^2 \quad (1.4.30)$$

すなわち、(i)および(ii)の結果から、浸透層における縦方向分散係数 D_1 が求められたことになる。

(2) 横 方 向 分 散

(i) 分散パターンのシミュレーション

図-1.4.2で y について $-\infty \sim +\infty$ の領域について考え、 y 軸の正の部分に格子間隔 DY 毎に分散要素の流入源を並べたモデルについて浸透流を検討すると、横方向分散の考察が可能になる。

図-1.4.6は、その数値シミュレーション例で、分散パターンを求める計算条件は、 $i \leq 0$ の流入源で $j \geq 0$ のとき $S = 1.00 (= S_0)$ 、 $j < 0$ で $S = 0$ 、 $DY = 0.2 \cdot DX$ および縦方向分散における図-1.4.4が求められたのと同じ条件である。

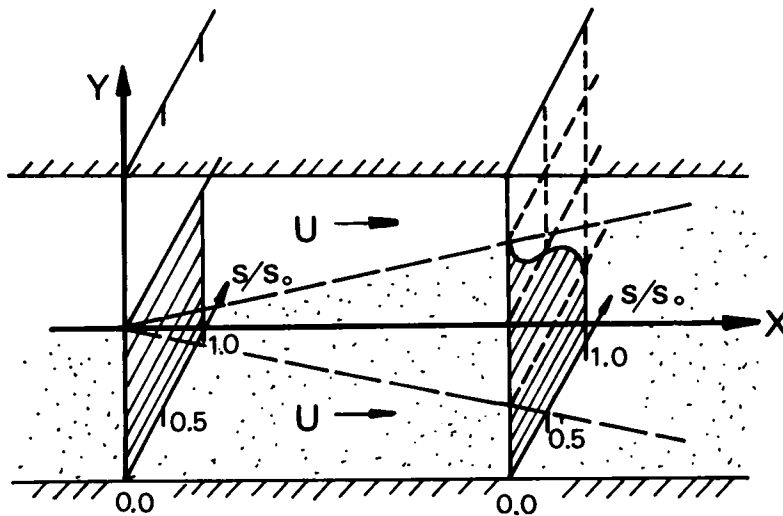


図-1.4.5 横方向分散モデル

(ii) 拡散方程式による解

図-1.4.5のモデルについて、基礎方程式(1.4.13)式を検討すると、

$\partial^2 S / \partial x^2 \ll \partial^2 S / \partial y^2$ とおくことができるから、次式をうる。

$$U \frac{\partial S}{\partial x} = D_2 \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (1.4.31)$$

また、上式をつぎの境界条件の下で解けばよい。

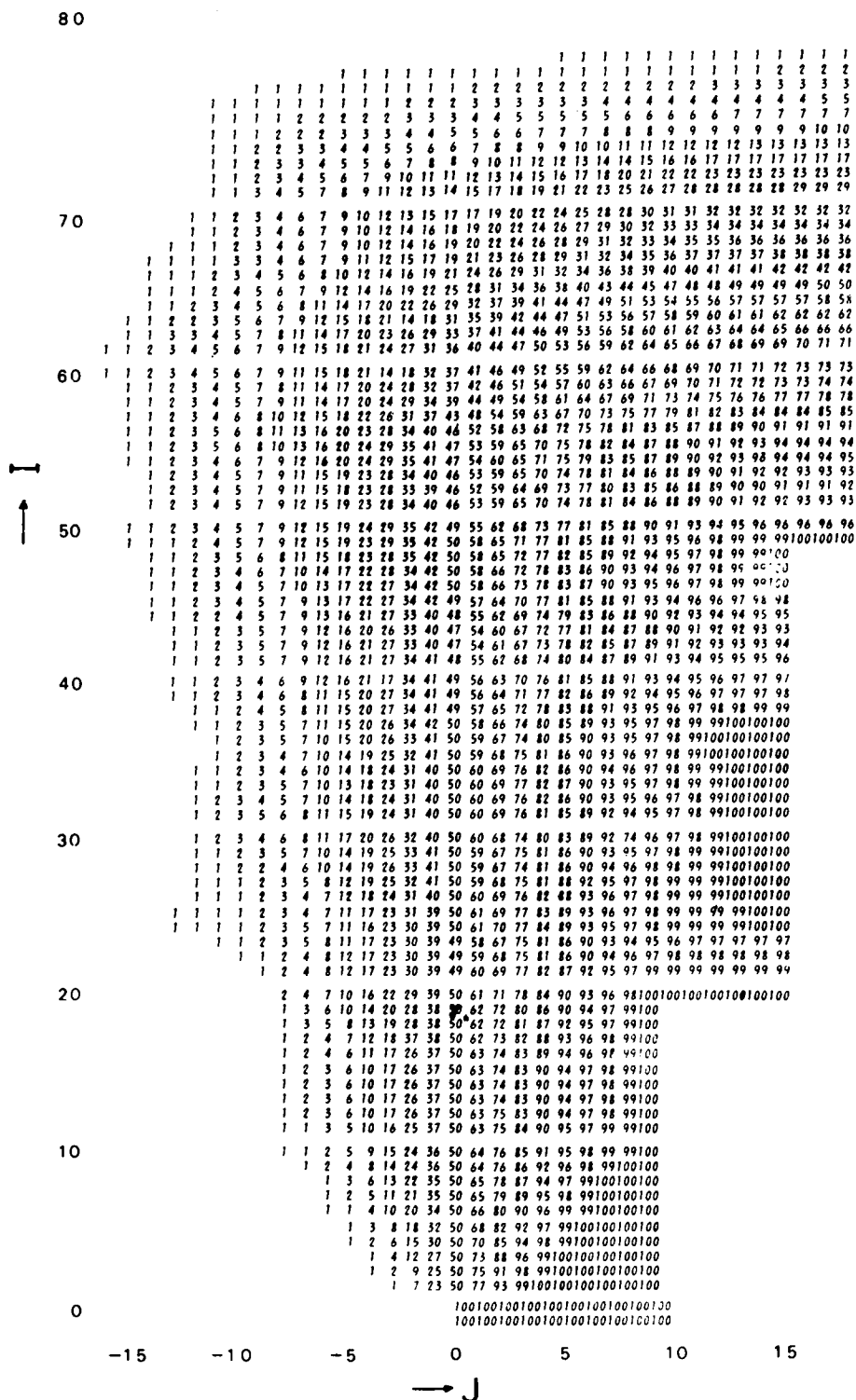


図-1.4.6 分散パターン例(右の空白部は右端の値に同じ)

$$S(0, y) = S_0 \quad (-\infty < y \leq 0)$$

$$S(0, y) = 0 \quad (0 < y < \infty) \quad (1.4.32)$$

$$\partial S / \partial y = 0 \quad (y = \pm \infty)$$

したがって、次式¹⁴⁾をうる。

$$1 - 2 \cdot \frac{S}{S_0} = \operatorname{erf} \left\{ \frac{y}{2(D_2 \cdot x / U)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (1.4.33)$$

(iii) 横方向分散係数

(1.4.28)式において、つぎのようにおく。

$$\eta = \frac{y}{2(D_2 \cdot x / U)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.4.34)$$

また、図-1.4.6で、それぞれ1行($x = DX \cdot i$)において、 $y_j (= DY \cdot j)$ の $(S/S_0)_{ij}$ の値から(1.4.33)式より η_{ij} を求めることができるから、(1.4.34)に用いれば、 D_{2i} を計算できる。

各1行の D_{2i} を i について平均すると、次式により、横方向分散係数 D_2 が求められる。

$$D_2 = \left\langle \frac{U}{4x_i} \left(\frac{\sum_j \eta_{ij} \cdot y_j}{\sum_j y_j^2} \right)^2 \right\rangle_i \quad (1.4.35)$$

(3) 分散係数のシミュレーション

乱数モデルにより空隙系モデル内の分散要素の運動を追跡し、求められた分散パターンから、(1.4.30)式、(1.4.35)式により求められた分散係数 D_1 および D_2 について検討する。

表-1.4.1は、HarlemanおよびRumer^{15), 16)}らの実験値 D_E およびその水理条件表-1.4.2を参考にし、数値シミュレーションにより求められた分散係数 D_S を示したものである。

表より、縦方向分散係数 D_{1S} は、流路長係数 C_L の増加により大きくなるが、その関係は明らかとはいえない。

一方、横方向分散係数 D_{2S} は、 C_L にほぼ比例している。図-1.4.7は、 C_L と水理量の関係を明らかにするため、Harleman, Rumer らによる実験値 D_{2E} (○印)、実験曲線および C_L の値をパラメーターとしたシミュレーション値 D_{2S} とReynolds数との関係である。図より、シミュレーション

表-1.4.1 シミュレーションによる分散係数

RUN	U cm/s	Re	Re'	C _l	D ₁ /ν	D ₂ /ν	備考
1-A	0.0196	0.0759	0.0908	0.25	0.0528	0.00157	*
B	0.0189	0.0730	0.0873	0.5	0.0556	0.00312	*
C	0.0180	0.0695	0.0832	1.0	0.0864	0.00491	*
2-A	0.0581	0.225	0.269	0.25	0.239	0.00455	*
B	0.0557	0.216	0.258	0.5	0.239	0.01004	*
C	0.0519	0.206	0.246	1.0	0.320	0.01762	*
3-A	0.197	0.765	0.913	0.25	0.642	0.0199	*
B	0.176	0.683	0.817	0.5	1.176	0.0306	*
C	0.167	0.645	0.772	1.0	1.496	0.0548	*
4-A	0.0513	0.469	0.562	0.25	0.406	0.0104	**
B	0.0493	0.451	0.540	0.5	0.349	0.0218	**
C	0.0466	0.426	0.509	1.0	0.453	0.0318	**
5-A	0.148	1.36	1.63	0.25	1.371	0.0294	**
B	0.134	1.23	1.47	0.5	1.747	0.0456	**
C	0.127	1.16	1.39	1.0	1.998	0.0849	**
6-A	0.0125	0.119	0.142	0.25	0.0627	0.00224	
B	0.0118	0.113	0.135	0.5	0.0738	0.00435	
C	0.0112	0.107	0.128	1.0	0.1019	0.00863	
7-A	0.0871	0.830	0.993	0.25	0.839	0.0225	
B	0.0832	0.794	0.952	0.5	0.901	0.0280	
C	0.0763	0.728	0.872	1.0	1.096	0.0600	
8-A	0.320	3.05	3.65	0.25	2.47	0.0666	
B	0.291	2.77	3.31	0.5	6.67	0.1172	
C	0.275	2.62	3.14	1.0	7.58	0.2076	

(* d=0.039cm, λ=0.36 ** 0.092, 0.36 無印 0.096, 0.37)

表-1.4.2 分散係数 (Harleman, Rumer^{15), 16}) による実験値)

RUN	U cm/s	Re	Re'	D ₁ /ν	D ₂ /ν	備考
70	0.0148	0.0607	0.0728	0.0208		*
71	0.0304	0.125	0.149	0.06		*
67	0.0406	0.167	0.200	0.0752		*
69	0.122	0.505	0.604	0.28		*
38	0.0532	0.81	0.97	0.555		**
36	0.144	2.17	2.59	1.58		**
5-L	0.0116	0.111	0.133		0.00925	
2-L	0.0802	0.769	0.920		0.0256	
11-L	0.284	2.72	3.25		0.0656	

(* d=0.039cm, λ=0.36 ** 0.092, 0.36 無印 0.096, 0.37)

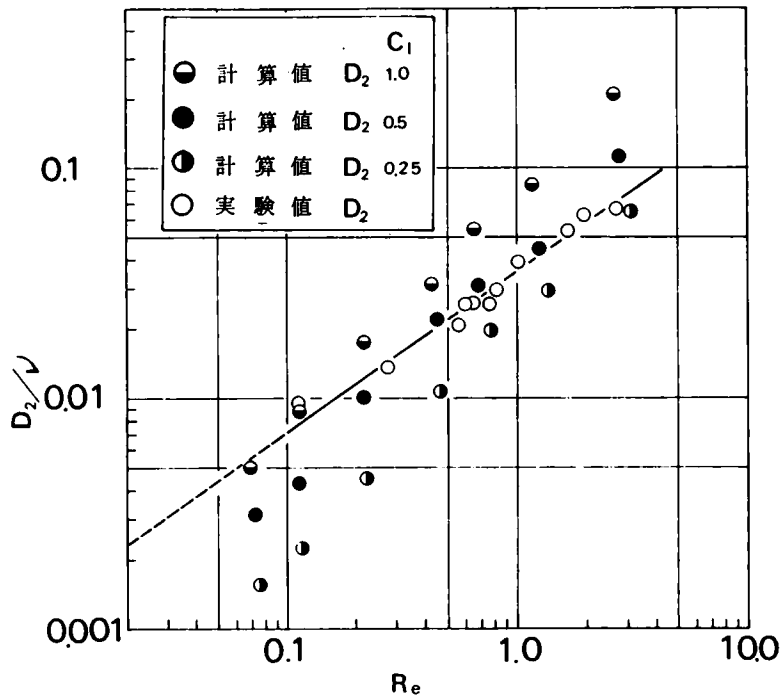


図-1.4.7 横方向分散係数

値 D_{2g} の勾配は実験曲線のそれよりやや急になるが、 $C_l = 0.5$ のとき、両者の値はほぼ一致している。 $C_l = 0.5$ としたときの単位流路長 l の期待値は、浸透層構成粒子の径よりやや小さいぐらいの値となる。これは、先に述べた Saffman の示唆による粒子径とほぼ一致することになる。

また、 $C_l = 0.5$ のとき、縦方向分散係数は、シミュレーション値が実験値の 1～2 倍となる。

一般に、分散係数の値は、実験により求められる値も高い精度が期待されないことを考えれば、上の考察により、浸透層内の流れの分散現象がほぼ予測されるとしてよいであろう。

つぎに、シミュレーションにおける二、三の問題点について述べる。

シミュレーションにおいて、分散要素の追跡時間を変えることにより、得られた分散パターンに有意な変化は認められなかった。したがって、シミュレーションの精度を向上させるには、分散要素の追跡時間を長くとりよりも、流入源から単位時間に流入させる分散要素の数を増やす方が有利である。本研究では、追跡時間 T は 200 秒程度とし、分散要素の数は流れの平均流速に応じ、200～2000 個が用いられた。

シミュレーションによる縦方向分散係数を実験値に近づけるには、空隙系モデルにおける単位流路要素 θ 、 d_p 、 l の間に何らかの対応関係を与えることが考えられる。例えば、 d_p が大きくなると、 θ を大

きくするなどである。しかし、これらの水理量相互の関係を見つけるのは容易でなく、本研究では、 θ 、 d_p 、 l はそれぞれ独立とされた。

本章では、均一粒子からなる浸透層内の流れの層流領域についてのみ考察されたが、他の場合においても、分散パターンが推定されよう。

第 5 節 結 言

本章では、空隙系内の分散要素の運動がマルコフ過程に従がうとすると、その濃度が拡散方程式に従がうことおよび、そのとき、空隙系モデルにおける拡散係数の物理的意義が明らかにされた。また、空隙系モデル内の分散要素の運動を追跡し、その分散パターンをシミュレートするための乱数を用いた分散モデルを求めた。さらに両者の解より、浸透層の構成粒子特性、空隙率および Reynolds 数から、縦および横方向分散係数の推定が可能なることを示した。その結果、空隙系モデルにおける単位流路長は、浸透層構成粒子径よりやや短い程度にとれば、実験値を説明できることが示された。

これらの考察は、放射性物質を含んだ流体の運動を追跡するにも適用可能で、例えば、上の分散要素に対して、放射性物質の半減期で代表される寿命を導入すればよく、この種の研究にも有効な解析法といえよう。

参 考 文 献

- 1) List, E. J. and Brooks, W. H. : Lateral Dispersion in Saturated Porous Media, Jour. of Geophysical Reserch, Vol. 72, No. 10, May 1967.
- 2) Bachmat, Y. and Bear, J. : The General Equations of Hydrodynamic Dispersion in Homogeneous, Isofropic, Porous Mediums, Jour. of Geophysical Reserch, Vol. 69, No. 12, June 1964.
- 3) 例えば, Rumer, R. R. : Longitudinal Dispersion in Steady and Unsteady Flow, Proc. A.S.C.E., Hy. 4, July 1962.
- 4) 例えば, Bear, J. : On the Tensor Form of Dispersion in Porous Media, Jour. of Geophysical Reserch, Vol. 66, No. 4, April 1961.
- 5) Scheidegger, A. E. : General Theory of Dispersion in Porous Media, Jour. of Geophysical Reserch, Vol. 66, No. 10, Oct. 1961.
- 6) Saffman, P. G. : A Theory of Dispersion in a Porous Media, Jour. Fluid Mech. 1959.
- 7) Jong, J : Longitudinal and Transverse Diffusion in a Granular Deposits, Trans. A.G.U., Vol. 39, No. 1, 1958.
- 8) 前出 6)
- 9) 前出 3)
- 10) 岩佐義朗:水理学,朝倉土木工学講座3,朝倉,1967.
- 11) 寺本英:マルコフ過程と力学過程,新物理学進歩シリーズ2,横書店,1961.
- 12) 前出 11)
- 13) Harleman, D. R. F. and Rumer, R. R. : Longitudinal and Lateral Dispersion in an Isotropic Porous Media, Jour. of Fluid Mechanics Part 3, Vol. 16, July 1963.
- 14) 前出 13)
- 15) 前出 13)
- 16) Harleman, D. R. F., Mehlhorn, P. F. and Rumer, R. R. : Dispersion-Permeability Correlation in Porous Media, Proc. A.S.C.E. Hy. 2, March 1963.

第Ⅱ編 浸透層よりの定常選択取水に関する基礎的研究

第 1 章 序 論

海に面する浸透層から淡水が流出するとき、浸透層の下層に塩水が浸入し、いわゆる塩水楔¹⁾が生ずる。先に述べた海岸域での地下水の塩水化は、過剰揚水による地下水位の低下が、それまでの淡水と塩水の平衡を失なわせ、新しい平衡に至るまで塩水楔が内陸へ一層浸入する²⁾ことによるものであろう。この種の研究は、地下水位と浸入塩水層厚さの静的釣り合いから、それぞれ1888年 B.Ghyben および1901年 B.Herzberg により求められた“塩水層厚に関する Ghyben-Herzberg relation³⁾”に始まる。また、米国の南東フロリダ州で、今世紀初頭の湿地排水工事により地下水位が平均2.5 呎低下したことにより、35年にわたり、内陸への海水浸入が続き、新しい平衡に達したとの報告⁴⁾がある。一方、洋上の島の浸透層では、塩水層の上に淡水がレンズ状⁵⁾になっていることがある。

このような浸透層から淡水を取水する際、取水水への塩水混入を防ぐには、塩水楔の浸入自体を阻止する方法および淡水と塩水が成層をなす浸透層から淡水を選択取水する方法が考えられる。前者には、海岸にそい淡水の注入井群を設け、塩水楔を押し戻す方法、あるいは、塩水浸入防止線に設けた塩水の取水井群により、それより内陸への塩水浸入を防ぐ方法等が提案されている⁶⁾が、実用的には、設備が大規模になり、維持の点に難がある。

本編では、後者の方法について考察したもので、以下に、塩水楔の浸入について若干述べ、第2章では、淡・塩水同時取水について、第3章では、障壁による取水井への塩水浸入防止法について述べる。

(1) 被圧浸透層における塩水楔

洋上の島に見られるような円形の被圧浸透層に浸入する塩水楔について考察する。

いま、解析に用いるモデルおよび記号は図-2.1.1の通りで、淡水の海への流出流量を Q とする。

淡水と塩水の境界では両者の圧力が等しいことを用いると、基準面からのピエソ水頭高さ h' は次式で与えられる。

$$h' = \frac{1}{1-\epsilon} h'_B + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} b_f \quad (2.1.1)$$

ただし、境界での混合は無視し、 $\epsilon = \frac{\rho_B - \rho_f}{\rho_B}$ である。

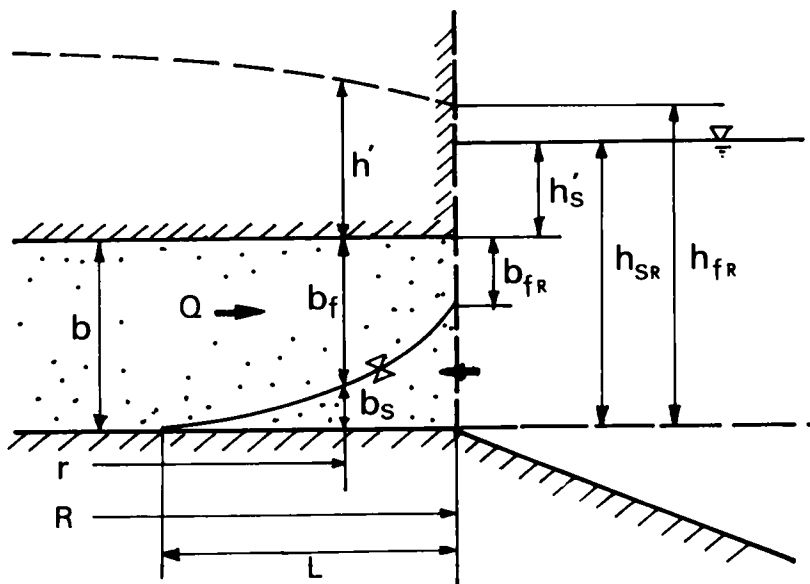


図 - 2.1.1 塩水楔

つぎに、浸透層内の流れに対する Dupuit の仮定を用い、淡水の流出流速を U とすると、運動の式としてつぎの Darcy の法則が適用できる。

$$U = -K \frac{dh'}{dr} \quad (2.1.2)$$

ただし、 K は透水係数である。

一方、連続の式は、次式で表わされる。

$$Q = 2\pi r \cdot b_f \cdot U \quad (2.1.3)$$

ただし、 b_f は淡水層厚さである。

(2.1.1), (2.1.2) および (2.1.3) 式から b_f が与えられる。

$$b_f = \sqrt{b_{fR}^2 - \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{R}} \quad (2.1.4)$$

ここで、海との境界における淡水層厚さ b_{fR} は、次式で与えられる。

$$b_{fR} = \frac{1-\epsilon}{\epsilon} h_{fR} + b - \frac{1}{\epsilon} h_{SR} \quad (2.1.5)$$

海岸からの塩水浸入長さを L とすると次式で与えられる。

$$L = R \left[1 - \exp \left\{ - \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \frac{\pi K}{Q} (b^2 - b_{fR}^2) \right\} \right] \quad (2.1.6)$$

以上の考察からすぐに、海岸浸透層内における実際の塩水位 b_{fR} が (2.1.5) 式で与えられるとは言えないだろうが、このような単純なモデルにおいても、浸透層内のピエゾ水頭 h_{fR} が下ると、塩水浸入長さ L が増大することが明らかにされる。

浸透層における塩水楔については、玉井および嶋⁷⁾、Henry, H. R.⁸⁾ らの研究がある。

参 考 文 献

- 1) Rumer, R. R. and Harleman, D. R. F. : Intruded Salt-Water Wedge in Porous Media, Proc. A.S.C.E. Vol. 89, Hy. 6, 1963.
- 2) Bear, J. and Dagan, G : Moving Interface in Coastal Aquifers, Proc. A.S.C.E., July, 1964.
- 3) Todd, D. K. : Ground Water Hydrology, Univ. California Berkley, 1959.
- 4) Cooper, H. H. : Sea Water in Coastal Aquifers, Water-Supply Paper 1613-G, 1964.
- 5) Swartz, J. H. : Resistivity of Some Salt-Water Boundary in the Hawaian Islands, Trans. A.G.U. Vol. 18, 1937.
- 6) 前出 3)
- 7) Tamai, N. and Shima, S. : Salt Water Wedge in Unconfined Aquifers, Trans. J.S.C.E. No. 139, March 1967.
- 8) Henry, H. R. : Salt Intrusion into Fresh-Water Aquifers, Jour. Geophysical Reserch Vol. 64, No. 11, November 1959.

第 2 章 淡・塩水同時取水に関する考察

第 1 節 概 説

一般に、密度が異なり、混合が無視される流体が成層をなす浸透層から、その一つを選択的に取水するとき、浸透層内の速度ポテンシャルの分布に変化が生じ、流体間の境界面に歪みが生ずる。淡水と塩水が成層をなす浸透層から淡水を選択取水するときには、下層の塩水位が上昇する。このとき、淡水の取水と同時に、別の取水管により、下層の塩水をも取水すると、塩水位の上昇の調節が行なわれ、淡水取水管への塩水混入防止が可能となる。この選択取水法は淡・塩水同時取水法(double pumping technique¹⁾)と呼ばれている。(以下、単に同時取水ともよぶことにする。)

浸透層内の流れは、一般に、非常に緩慢であり、ピエゾ水頭がLaplace の式を満たす²⁾から、ピエゾ水頭を速度ポテンシャルとする解析が可能となる。このことを用いると、同時取水における浸透層内の流れの概念が、図-2.2.1のモデルにより都合よく説明される。

ここで、淡・塩水境界面での混合は無視され、初期の塩水層厚さを h_{s0} 、淡水層厚さを h_{f0} 、淡水取水流量を Q_f 、塩水のそれを Q_s とする。また、図中ABの区間長は十分小さいとする。

- (i) $Q_{sl} = Q_f \cdot h_{s0} / h_{f0}$ とすれば、図-2.2.1のCase-2に示すように、 $Q_s = Q_{sl}$ のとき、浸透層の全水深にわたり、流速がほぼ等しくなり、塩水位は淡水位とほぼ平行になる。
- (ii) Case-1: $Q_s < Q_{sl}$ のとき塩水位の流れ方向への上昇は、以下のように説明される。すなわち、流れ方向に塩水位が上昇すると、圧力図に示すように塩水層内のピエゾ水頭勾配は小さくなる。したがって、そこでの流速が淡水内のそれより小さくなる。よって、 $Q_s < Q_{sl}$ であれば、塩水位が上昇することになる。
- (iii) $Q_s > Q_{sl}$ のときには、(ii)の逆の現象が生ずる。

上のモデルでは、 Q_s が小さくなると、塩水層内に逆転流が生ずることがあるが、以下の解析では淡水および塩水の流量についてのみ検討されるから、層内の平均流について考察するにとどめられる。

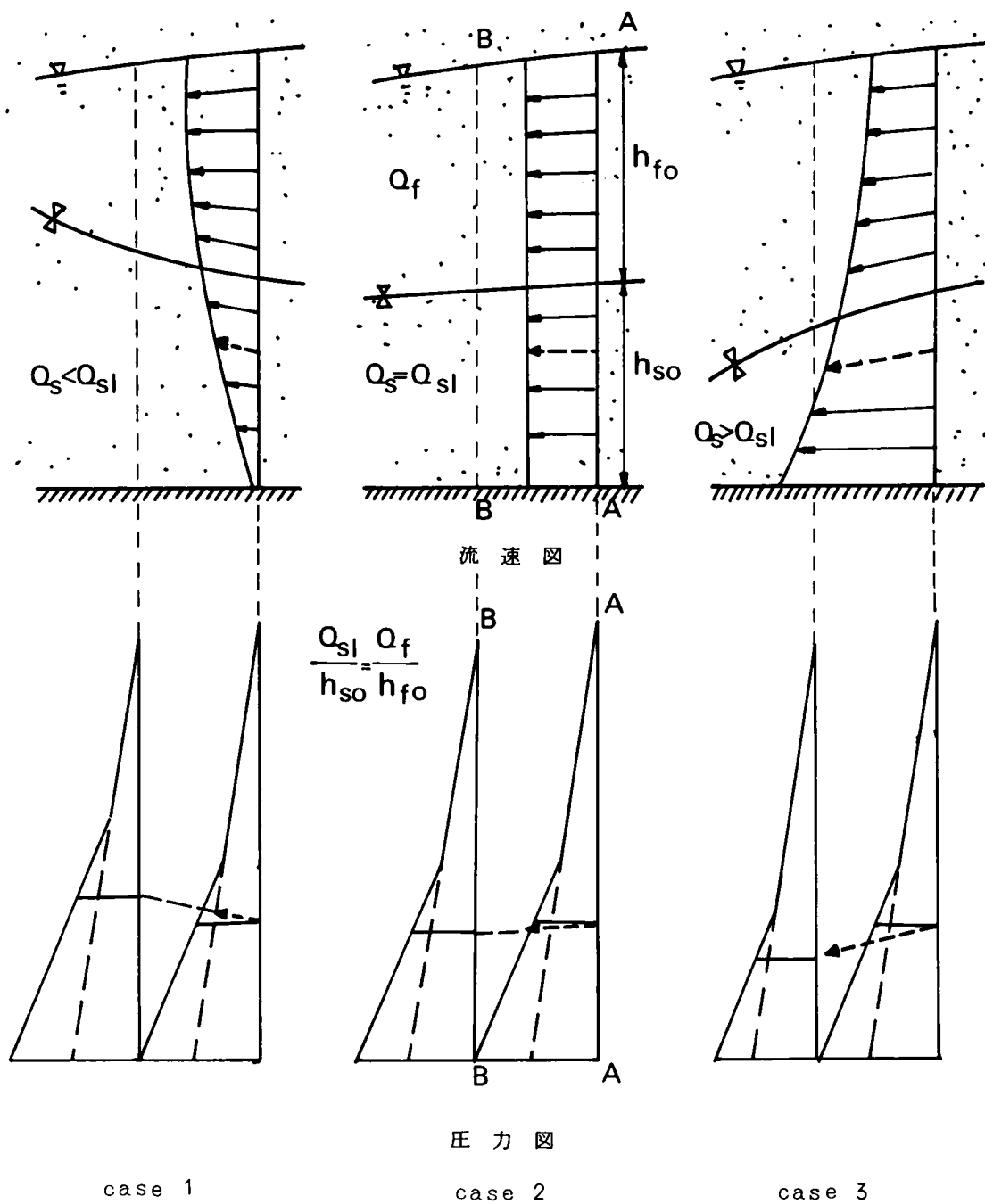


図 2. 2. 1 2層流モデル

第 2 節 自由浸透層よりの同時取水

(1) 基礎方程式

自由浸透層からの淡・塩水同時取水モデル（図－2.2.2）は、無限に広がる水平不透水層上に塩水と淡水が成層をなす浸透層があり、取水井から淡水と塩水がそれぞれ独立に取水されるものである。解析においては、つぎの条件が成り立つとする。

- (i) 淡・塩水境界面での混合は無視される。
- (ii) 流れは定常で、流速は十分小さい。
- (iii) 浸透層は、非圧縮性で等方等質である。

解析は、不透水層の取水井を原点とする円筒座標により行なわれ、原点から r の位置の淡水位は h 、塩水位は h_s 、淡水層厚さは $h_f (= h - h_s)$ で示される。単位時間当りの取水量（以下、単に取水量、取水流量とよぶ）を Q 、浸透層の透水係数を k 、流体の粘性係数を μ 、密度を ρ 、重力加速度を g および $K = k \cdot \rho g / \mu$ とし、淡水、塩水、井戸および影響圏での水理量をそれぞれ添字 f, s, w, R で表わす。また、流線 s が水平となす角度を θ 、流速を U とすると、Darcy の法則から、淡水と塩水についてそれぞれつぎの運動方程式が成り立つ。

$$U_f = -K_f \frac{dh}{ds} = -K_f \frac{dh}{dr} \cos \theta \quad (2.2.1)$$

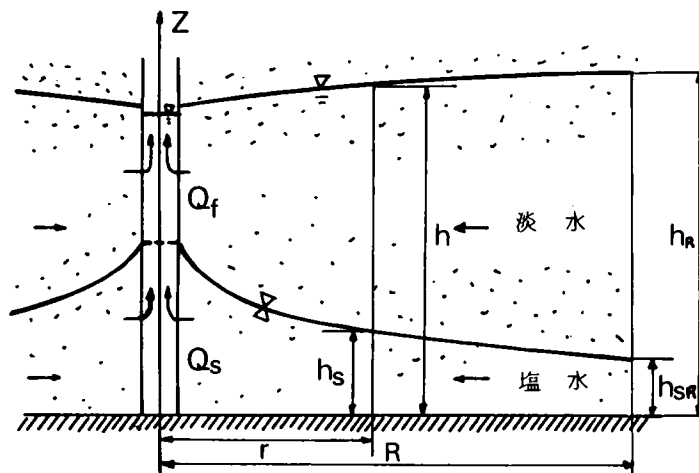


図 2.2.2 同時取水モデル（自由浸透層）

$$U_s = -K_s \left\{ \varepsilon \frac{dh_s}{dr} + (1 - \varepsilon) \frac{dh}{dr} \right\} \cos \theta \quad (2.2.2)$$

ここに, $\varepsilon = (\rho_s - \rho_f) / \rho_s$ である。

淡水および塩水の取水量 Q_f , Q_s について, それぞれつぎの連続の式が成り立つ。

$$Q_f = 2\pi r \cdot \int_{h_s}^h (-U_f) \cos \theta \, dz \quad (2.2.3)$$

$$Q_s = 2\pi r \cdot \int_0^{h_s} (-U_s) \cos \theta \, dz \quad (2.2.4)$$

これらの式に, それぞれ, つぎの無次元変数を用いる。

$$\xi = \frac{r}{R}, \quad \zeta = \frac{h}{R}, \quad \zeta^* = \frac{z}{R}$$

$$q^* = \frac{Q_f}{2\pi K_f R^2}, \quad \delta = \frac{Q_s / K_s}{Q_f / K_f} \quad (2.2.5)$$

したがって, (2.2.1) ~ (2.2.4) 式より, つぎの基礎式がえられる。

$$q^* = \xi \cdot \frac{d\zeta}{d\xi} \int_{\zeta_s}^{\zeta} \frac{d\zeta^*}{1 + \tan^2 \theta} \quad (2.2.6)$$

$$\delta q^* = \xi \left\{ (1 - \varepsilon) \frac{d\zeta}{d\xi} + \varepsilon \frac{d\zeta_s}{d\xi} \right\} \int_0^{\zeta_s} \frac{d\zeta^*}{1 + \tan^2 \theta} \quad (2.2.7)$$

ここで, $\tan \theta$ は流線の接線の勾配であることから, $z = 0$ では 0, 淡・塩水境界面では $d\zeta_s / d\xi$, 自由水面では $d\zeta / d\xi$, それらの間では, 直線的に変化すると仮定すれば, つぎのように近似される。

$$0 \leq \zeta^* \leq \zeta_s \quad \tan \theta = \frac{d\zeta_s}{d\xi} \frac{\zeta^*}{\zeta_s} \quad (2.2.8)$$

$$\zeta_s < \zeta^* \leq \zeta \quad \tan \theta = \frac{d\zeta_s}{d\xi} + \left(\frac{d\zeta}{d\xi} - \frac{d\zeta_s}{d\xi} \right) \frac{\zeta^* - \zeta_s}{\zeta - \zeta_s} \quad (2.2.9)$$

したがって, 次式をうる。

$$q^* = \frac{\xi (\zeta - \zeta_s)}{\frac{d\zeta_s}{d\xi}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{d\zeta_s}{d\xi} \right) \right\} \quad (2.2.10)$$

$$1 - \frac{\frac{d\zeta}{d\xi}}{\frac{d\zeta_s}{d\xi}}$$

$$\delta q^* = \xi \zeta_s \left\{ (1 - \epsilon) \frac{\frac{d\zeta}{d\xi}}{\frac{d\zeta_s}{d\xi}} + \epsilon \right\} \tan^{-1} \left(\frac{d\zeta_s}{d\xi} \right) \quad (2.2.11)$$

したがって、淡水取水量の無次元量 q^* 、塩水取水比 δ および境界条件が与えられると、 $\zeta(\xi)$ 、 $\zeta_s(\xi)$ が求められる。

通常、浸透流では、 $d\zeta/d\xi$ 、 $d\zeta_s/d\xi$ は小さく、上式で \tan^{-1} をTaylor展開したとき、2次以上の項を省略しうる。

ここで、式の形を整えるため、新しくつぎの無次元量を定義する。

$$\eta = \frac{h}{h_R}, \quad q = \frac{Qr}{2\pi K_f h_R^2} \quad (2.2.12)$$

(2.2.12)式を用いると、(2.2.10)、(2.2.11)式はつぎのように単純化される。

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{q}{\xi(\eta - \eta_s)} \quad (2.2.13)$$

$$\frac{d\eta_s}{d\xi} = \frac{1}{\epsilon} \left\{ \frac{\delta q}{\xi \eta_s} - (1 - \epsilon) \frac{q}{\xi(\eta - \eta_s)} \right\} \quad (2.2.14)$$

η および η_s について解くと、それぞれ本節における基礎方程式が得られる。

自由水位についての微分方程式

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} - \frac{\delta \xi}{\epsilon \left(\xi \eta \frac{d\eta}{d\xi} - q \right)} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^3 + \frac{1}{\epsilon} \frac{\xi}{q} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^3 + \frac{1}{\xi} \frac{d\eta}{d\xi} = 0 \quad (2.2.15)$$

塩水位 η_s についての式

$$\eta_s = \sqrt{\frac{2q(1 - \epsilon + \delta)}{\epsilon}} \ln \xi + \frac{(1 - \epsilon)}{\epsilon} (1 - \eta^2) + \eta_s R^2 \quad (2.2.16)$$

これらの式は、図-2.2.2のモデルにおいて、Dupuitの仮定³⁾を用いても導かれる^{4),5)}が、この場合、淡・塩水境界面で流速が不連続となり、また、塩水位上昇（あるいは下降）の説明が容易でなくなる。したがって、本節での解析により、現象の高次近似解が得られたにとどまらず、その解釈が、より適格になったといえよう。

(2) 塩水位一定の取水

塩水位が一定となる条件は、次式が成り立つことである。

$$\frac{d\eta_s}{d\xi} \equiv 0 \quad (2.2.17)$$

あるいは、

$$\eta_s \equiv \eta_{sR} \quad (2.2.18)$$

(2.2.17) および (2.2.18) 式を (2.2.14) 式に用いると、塩水取水比 δ について次式が成り立つ。

$$\delta = \frac{\eta_{sR}}{\eta - \eta_{sR}} \quad (2.2.19)$$

ここで、 η は ξ の関数であるから、(2.2.19) 式で表わされる δ も ξ の関数であり、厳密には、本モデルにおいて塩水位一定という解が得られない。しかし、さきに述べたように、実際には、 $d\eta/d\xi$ が十分小さいから、取水井近傍でも $\eta \div 1$ であり、つぎの近似式がえられる。

$$\delta_{lev.} \div \frac{\eta_{sR}}{1 - \eta_{sR}} \quad (2.2.20)$$

また、そのときの淡水位は、(2.2.20) 式を (2.2.13) 式に用いると、形式的に、つぎの式により与えられる。

$$\eta \div 1 - \frac{q}{1 - \eta_{sR}} \ln \frac{1}{\xi} \quad (2.2.21)$$

(3) 淡水だけの取水

塩水の取水はないから、次式を(2.2.15)式に用いると、(2.2.23)式をえる。

$$\delta \equiv 0 \quad (2.2.22)$$

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\xi}{q} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^3 + \frac{1}{\xi} \frac{d\eta}{d\xi} = 0 \quad (2.2.23)$$

上式を $d\eta/d\xi$ について解くと、Bernoulliの微分方程式になり、境界条件(2.2.24)式を用いると、(2.2.25)式をうる。

$$\xi = 1 ; \quad \eta = 1, \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{q}{1 - \eta_{sR}} \quad (2.2.24)$$

$$\eta = \sqrt{2q\epsilon \ln \xi + \epsilon^2 (1 - \eta_{sR})^2} + 1 - \epsilon(1 - \eta_{sR}) \quad (2.2.25)$$

一方、 η_s は、(2.2.16)式から次式で与えられる。

$$\eta_s = \sqrt{\frac{2q(1-\epsilon)}{\epsilon} \ln \xi + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} (1 - \eta^2) + \eta_{sR}^2} \quad (2.2.26)$$

任意の塩水取水比 δ に関する基礎方程式(2.2.15)式の解析解は得られず、解を求めるには数値計算によらねばならない。これは、後に述べることにする。

第 3 節 被圧浸透層よりの同時取水

(1) 基礎方程式

被圧浸透層よりの淡・塩水同時取水モデル(図-2.2.3)は、無限に広がる水平な不透水層ではさまれた浸透層内に、淡水と塩水が成層をなすものである。解析の手順および記号は前節と同じであるが、淡水水位はピエゾ水頭で置きかえられ、新しく浸透層厚さ b およびその無次元変数 $r = b/R$, $\beta = b/h_R$ が用いられる。

また、(2.2.3)式に対応する連続の式で、積分上限 b は定数になることに注意すれば、それぞれ次式を得る。なお、添字 0 は取水開始前の水理量を意味する。

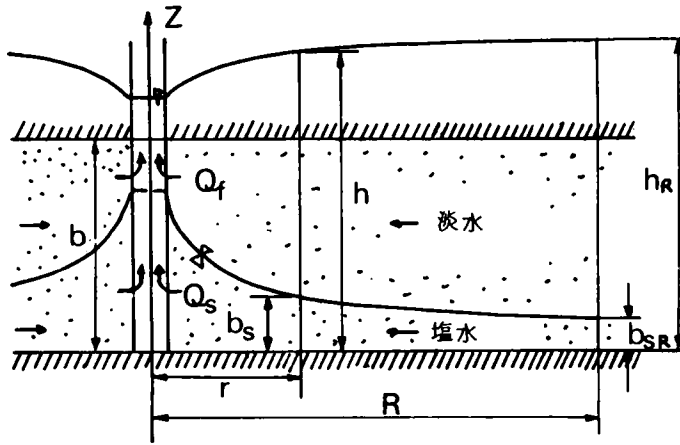


図 2.2.3 同時取水モデル(被圧浸透層)

$$q^* = \frac{\xi (r_0 - r_s)}{\frac{dr_s}{d\xi}} \frac{d\zeta}{d\xi} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{dr_s}{d\xi} \right) \quad (2.2.27)$$

$$\delta q^* = \frac{\xi r_s}{\frac{dr_s}{d\xi}} \left\{ (1 - \epsilon) \frac{d\zeta}{d\xi} + \epsilon \frac{dr_s}{d\xi} \right\} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{dr_s}{d\xi} \right) \quad (2.2.28)$$

前節と同様に, $dr_s/d\xi$ が十分小さいとき, つぎの基礎方程式をうる。

ビエゾ水頭 η についての微分方程式

$$\frac{d^2 \eta}{d\xi^2} - \frac{\delta \xi}{\epsilon (\beta_0 \xi \frac{d\eta}{d\xi} - q)} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^3 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{\xi}{q} \left(\frac{d\eta}{d\xi} \right)^3 + \frac{1}{\xi} \frac{d\eta}{d\xi} = 0 \quad (2.2.29)$$

塩水層厚 β_s についての式

$$\beta_s = \sqrt{\frac{2q(1 - \epsilon + \delta)}{\epsilon} \ln \xi + \frac{2(1 - \epsilon) \beta_0}{\epsilon} (1 - \eta) + \beta_{sR}^2} \quad (2.2.30)$$

(2) 塩水位一定の取水

塩水取水比

$$\delta l_{ev.} \doteq \frac{(1-\epsilon) \beta_{sR}}{\beta_O - \beta_{sR}} \quad (2.2.31)$$

ピエゾ水頭 η

$$\eta \doteq 1 - \frac{q}{\beta_O - \beta_{sR}} \ln \frac{1}{\xi} \quad (2.2.32)$$

(3) 淡水だけの取水 ($\delta \equiv 0$)

ピエゾ水頭 η

$$\eta = \sqrt{\frac{2q\epsilon}{1-\epsilon} \ln \xi + \frac{\epsilon^2}{(1-\epsilon)^2} (\beta_O - \beta_{sR})^2 + 1 - \frac{\epsilon}{1-\epsilon} (\beta_O - \beta_{sR})} \quad (2.2.33)$$

塩水層厚さ β_s

$$\beta_s = \sqrt{\frac{2q(1-\epsilon)}{\epsilon} \ln \xi + \frac{2(1-\epsilon)}{\epsilon} \beta_O(1-\eta) + \beta_{sR}^2} \quad (2.2.34)$$

第 4 節 同時取水による可能取水流量

本節では、淡・塩水同時取水法を適用することにより、淡水の取水流量がどれほど増大するかを検討する。そこで、浸透層から淡水だけを取水する場合と同時取水の場合の淡水の可能取水流量を比較する。

説明の便宜上、淡・塩水同時取水時における可能取水流量は塩水位一定の取水条件の下での値を用い、これと淡水だけ取水する場合のそれを比較し、前者の有利性を明らかにする。

塩水位一定の場合の可能最大取水流量を $q_{\eta_s}^* = \eta_{sR}$ ，淡水だけ取水する場合のそれを $q_{\delta=0}^*$ ，井戸半径の無次元量を ξ_0 とする。

自由浸透層からの取水について、 $q_{\eta_s}^* = \eta_{sR}$ は、(2.2.21) 式で $\eta = \eta_{sR}$ とおけば、次式により求められよう。

$$q_{\eta_s=\eta_{sR}}^* \doteq \frac{(1-\eta_{sR})^2}{l_n \frac{1}{\xi_0}} \quad (2.2.35)$$

また、 $q_{\delta=0}^*$ は、(2.2.25) 式の第1項の根号内为正となる条件から求められる。

$$q_{\delta=0}^* < \frac{\epsilon (1-\eta_{sR})^2}{2 l_n \frac{1}{\xi_0}} \quad (2.2.36)$$

したがって、(2.2.35)、(2.2.36) 式から、つぎの関係式が得られる。

$$\frac{q_{\eta_s=\eta_{sR}}^*}{q_{\delta=0}^*} > \frac{2}{\epsilon} \quad (2.2.37)$$

一方、被圧浸透層においても、ほぼ同様な結果が得られよう。

(2.2.37) 式から、同時取水法により、淡水の可能取水流量は ϵ の逆数倍のオーダーに増加可能なのがわかる。ただし、このような取水条件の下では、それぞれの水理量が解析に用いられたモデルの仮定を満たさなくなるから、この値は目安にすぎない。しかし、淡水の可能取水流量は飛躍的に増加することが明らかにされたといえよう。

第 5 節 基礎方程式の数値計算

自由浸透層での自由水位を示す基礎方程式(2.2.15) 式および被圧浸透層でのピエゾ水頭についての基礎方程式(2.2.29) 式は、いずれも高次の非線型微分方程式で一般解を得るのは容易でない。しかし、いずれも2階の微係数 $d^2\eta/d\xi^2$ について解かれ、 $d^2\eta/d\xi^2 = f(\xi, \eta, d\eta/d\xi)$ と表わされるから、つぎに示す方法により、数値積分が可能である。

計算方法 Runge-Kutta 法

$$\text{境界条件 自由浸透層} \quad \xi=1 ; \quad \eta=1, \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{q}{1-\eta_{sR}} \quad (2.2.38)$$

$$\text{被圧浸透層} \quad \xi=1 ; \quad \eta=1, \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{q}{\beta_0 - \beta_{sR}} \quad (2.2.39)$$

したがって、自由浸透層からの同時取水について $\eta = \eta(\xi, q, \delta, \eta_{sR}, \epsilon)$ 、および被圧浸透層では $\eta = \eta(\xi, q, \delta, \beta_0, \beta_{sR}, \epsilon)$ と η と各水理量との関係が与えられる。また、(2.2.16) および(2.2.30) 式に η を用いれば、 η_s および β_s が求められる。

図-2.2.4～図-2.2.9は、 $\epsilon = 0.029$ について求められた計算結果である。

(1) 自由浸透層からの同時取水

(i) 図-2.2.4 : $q = 0.001$ について、 δ および η_{SR} を助変数とした淡・塩水境界面 η_s を示し

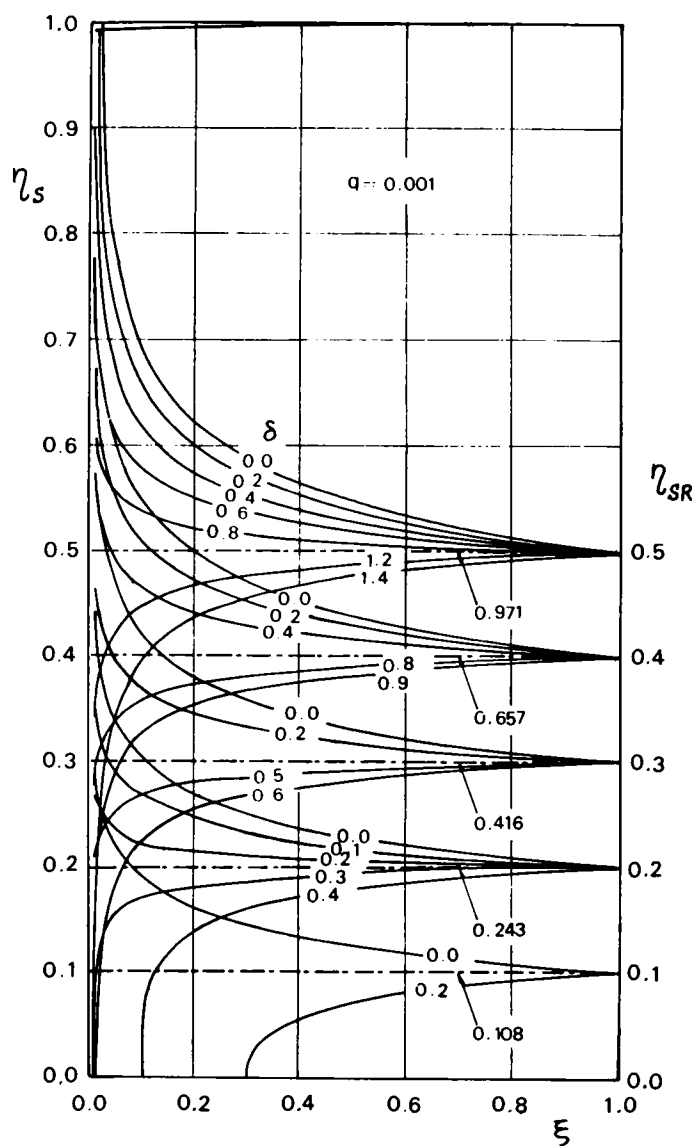


図 2.2.4 自由浸透層の塩水位

たものである。鎖線は、(2.2.19)式による塩水位一定の取水条件を示している。本図から、それぞれの η_{SR} について、 δ の増加により塩水位が下る様子が観察され、同時取水の効果が示されている。

(ii) 図-2.2.5: $\xi = 0.01$ での塩水位の無次元量 η_s および塩水取水比 δ の関係が、 q および η_{SR}

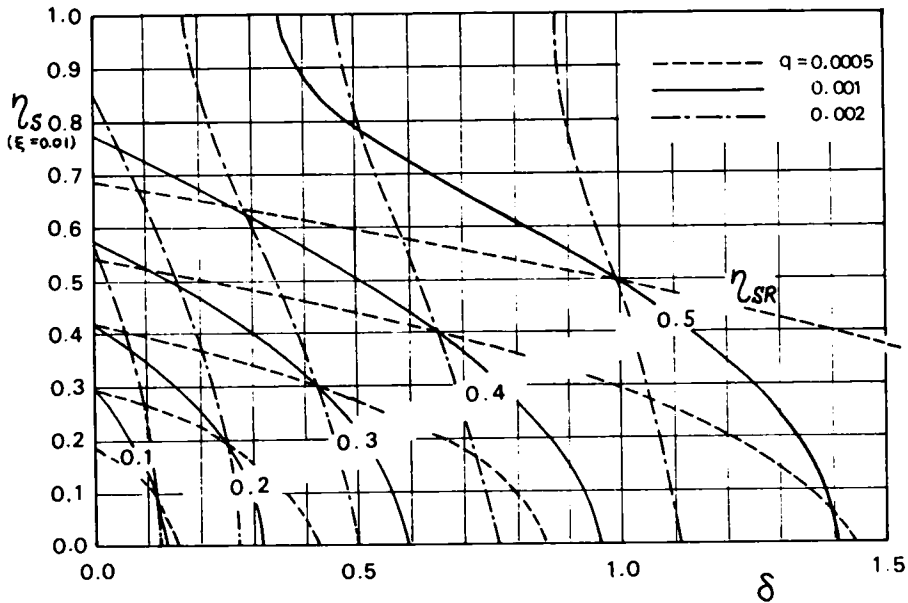


図 2.2.5 自由浸透層の $\xi = 0.01$ での η_s

を助変数として表わされている。

$|\partial \eta_s / \partial \delta|$ の値は、 $q = 0.0005, 0.001, 0.002$ に従がい急に大きくなり、 η_s は δ のわずかな変化により、自由水位 η あるいは不透水層に達する。したがって、 q が増加すると、 δ の選択範囲が小さくなることに注意しなければならない。また、同一の η_{SR} の値について、 q を助変数とする各曲線の交点は塩水位一定の条件を表わし、この条件は q に独立であることを意味する。(cf.(2.2.20)式)

(iii) 図-2.2.6: $\xi = 0.01$ で $\eta_s = \eta$ ($\eta_f = 0$) および $\eta_s = 0$ となる塩水取水比 $\delta_{\eta_s = \eta}$ (点線) および $\delta_{\eta_s = 0}$ (鎖線) が、 η_{SR} について表わされている。また、実線は塩位一定のときの塩水取水比 $\delta_{lev.}$ を表わす。図-2.2.5 と同様に、 q の値が大きくなると、 $\delta_{\eta_s = 0} - \delta_{\eta_s = \eta}$ の値は小さくなり、塩水取水比 δ の選択範囲が小さくなることが明らかにされる。

これらの計算結果を用いると、つぎのように、 q および η_{SR} から適切な δ を与えることができる。す

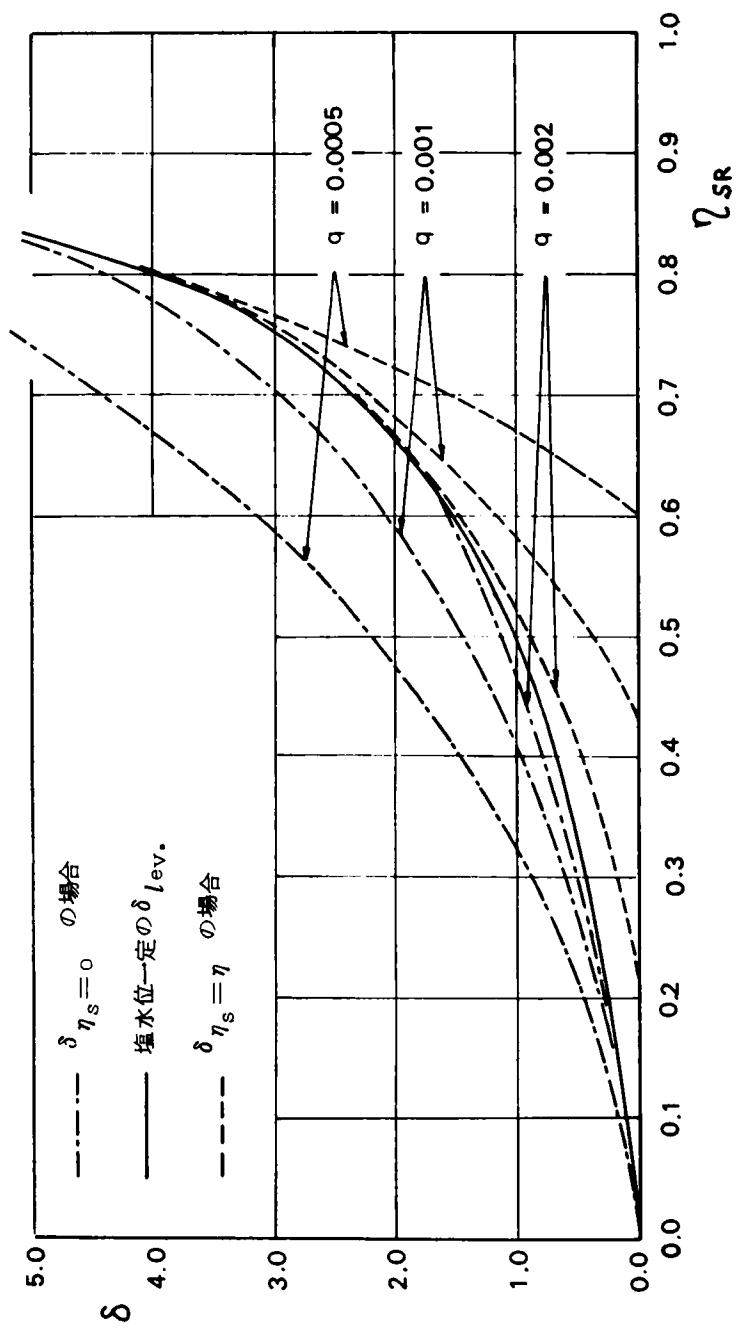


図 2. 2. 6 自由浸透層での $\delta_{\eta_s=\eta}$, $\delta_{lev.}$, $\delta_{\eta_s=0}$ における取水 ($\xi=0.01$)

なわち、

実際に同時取水を行なうとき、 q および η_{SR} から適当な δ を仮定すると、図-2.2.5から、 $\xi = 0.01$ での η_S が与えられ、これを図-2.2.4に用いると塩水位の概略が推定される。この操作を繰り返すことにより、適切な δ の値が決定される。

(2) 被圧浸透層からの同時取水

$\beta_0 = 0.4$ について求められた計算結果が図-2.2.7～図-2.2.9に示され、(1)とほぼ同じ特性が示されている。

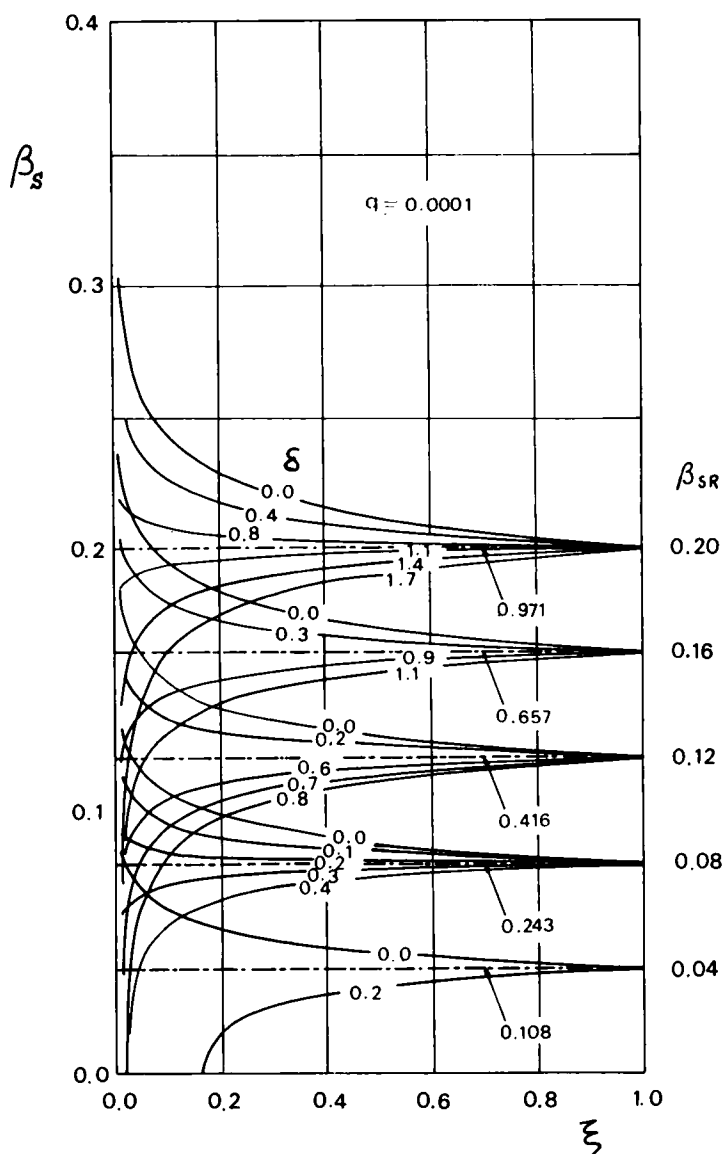


図 2.2.7 被圧浸透層の塩水位

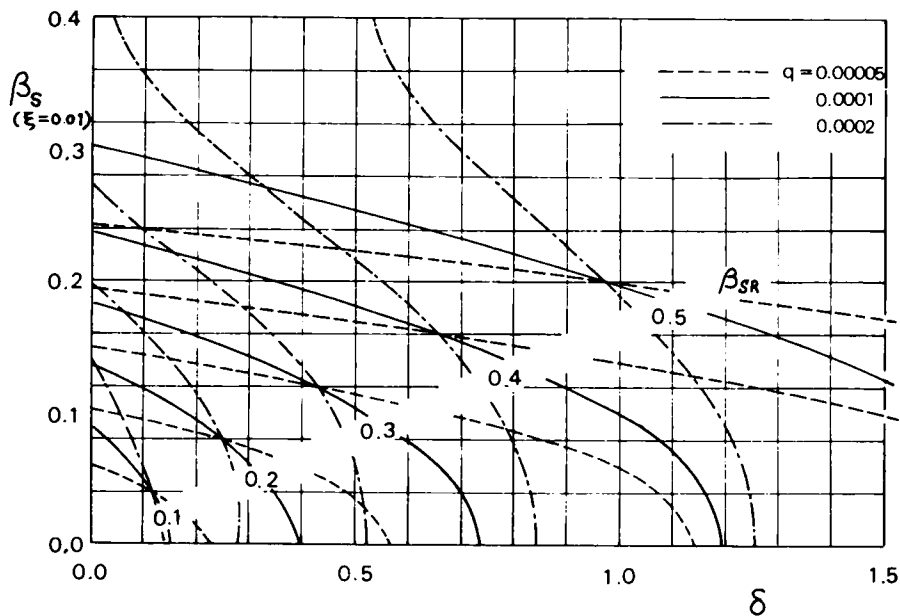


図 2.2.8 被圧浸透層の $\xi=0.01$ での β_s

第 6 節 実験的考察 ——自由浸透層からの同時取水——

本節では、解析結果を実験により検証し、その適用限界についても検討する。

本実験は、京都大学土木総合館水理実験室に設置された地下水流実験装置により行なわれた。

(1) 実験装置

実験装置は、図-2.2.10 および写真-2.2.1 に示される通りで、ラワンの底板上に組み立てられた半円筒形のアクリル樹脂製水槽で、中に砂が詰められている。

浸透層部は半径 60 cm、高さ 30 cm の半円筒形的水槽で、外周部は黄銅製金網で淡水および塩水定水槽に連なっている。前面は透明アクリル樹脂の側壁であり、内部が観察できる。また、浸透層には図-2.2.10 の $R_1 \sim R_6$ および $L_1 \sim L_6$ で示される観測井が設置され、ピエゾ水頭が測定できる。浸透層水槽の中心に半径 3.7 cm の取水井が設けられ、浸透層との境界・井戸壁は黄銅製金網でつくられている。

淡水および塩水定水位水槽からは、淡水および塩水が供給され、また、浸透層に対し任意に境界条件が設定でき、それぞれ定水頭を保ちうるように作られている。

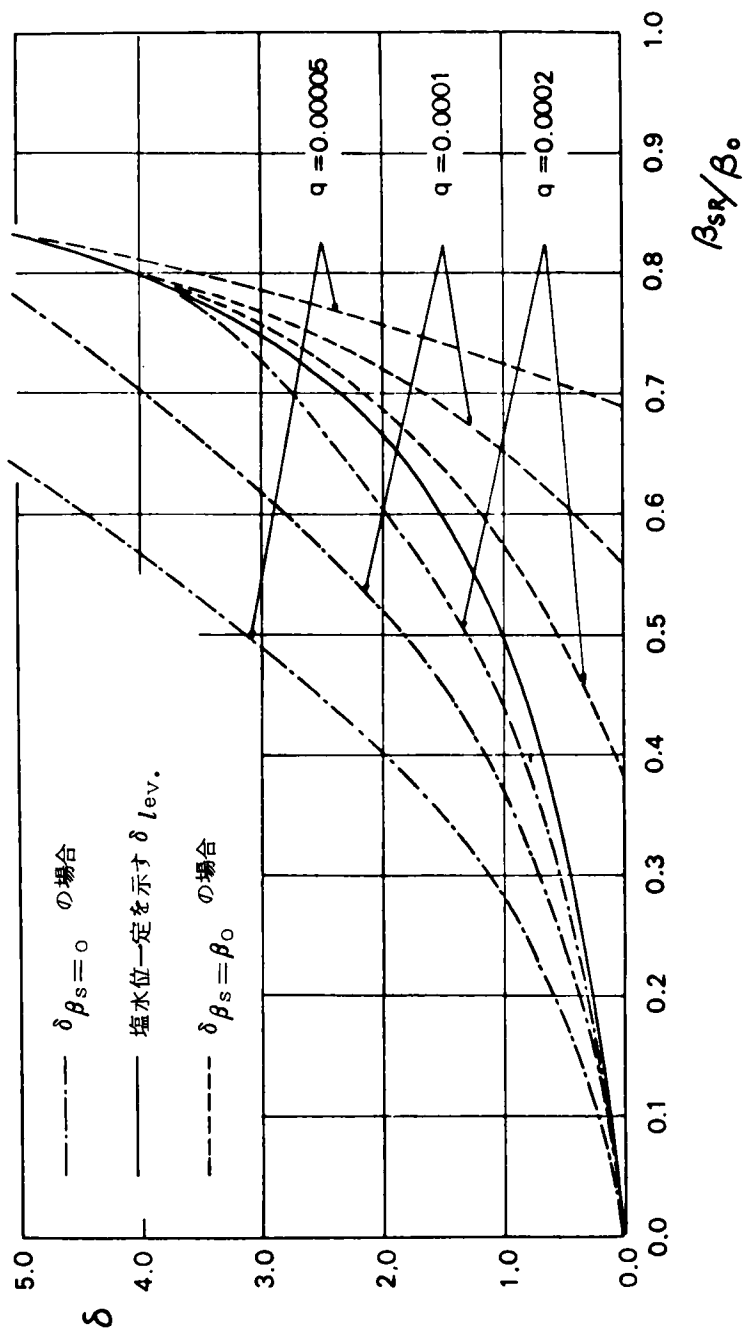


図 2.2.9 被圧浸透層での $\delta\beta_s = \beta_o$, $\delta l_{ev.}$, $\delta\beta_s = 0$ における取水 ($\xi = 0.01$)

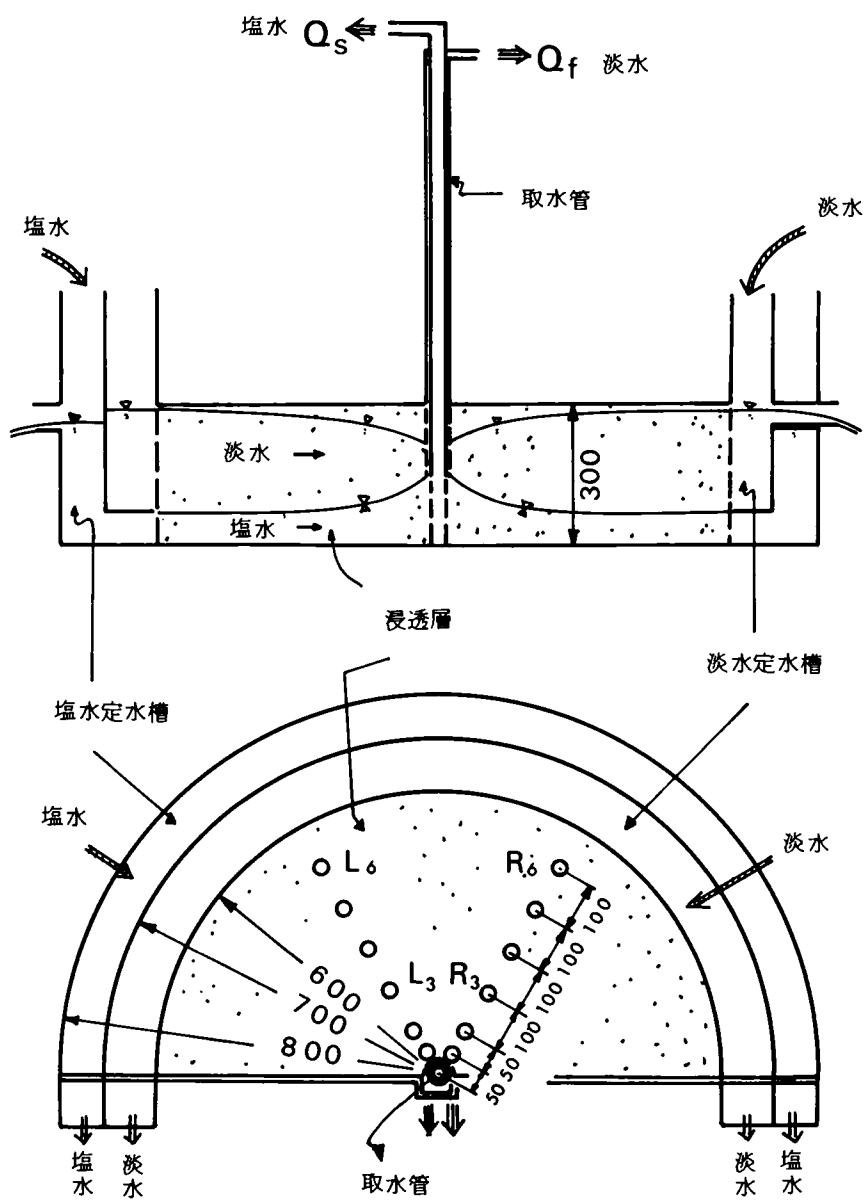


图 2.2.10 实验装置

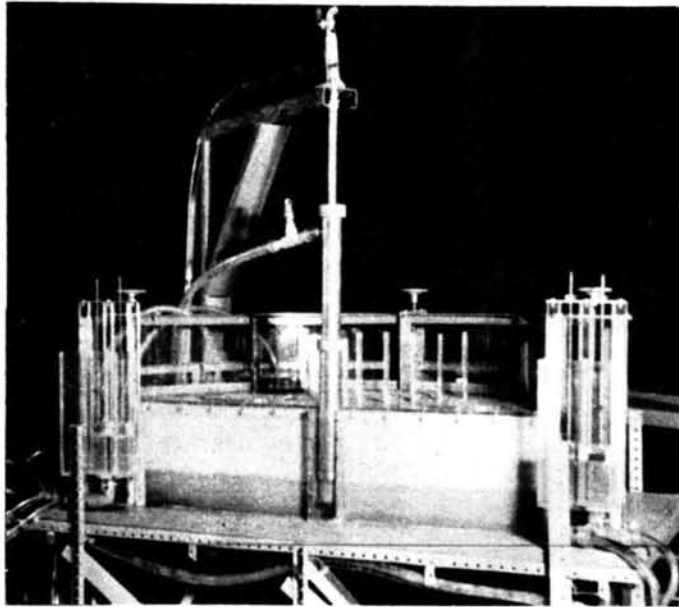


写真 2.2.1 実験装置

(2) 実験方法

設定された境界条件を満たすように浸透層内に淡水層および過マンガン酸カリで着色され、所定の濃度の塩水により塩水層をつくる。

取水井から取水される流量はごくわずかであり、微少調節が可能なように細い管を用い、サイフォンの原理を応用して取水された。

流量は、一定容量のマスが満たされる時間を測定する方法によった。

取水された塩水および淡水は、電導度計により塩分濃度が測定された。

淡・塩水境界位の測定は、浸透層水槽前面から着色された塩水の目視観測により行なわれ、ピエゾ水頭は観測井における水位から求められた。

(3) 実験結果およびその考察

(1) 浸透層特性

砂：格子間隔 2 mm と 3 mm のフルイにはさまれたもので、空隙率は 0.38 とされた。

透水係数： 1.4 cm/s (注・淡水と塩水の動粘性係数の相違・ 15°C で、 $\nu_f = 1.142 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $\nu_s = 1.199 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ ・は無視し、本研究では $K_s = K_f$ とされた。)

(ii) 実験資料

表-2.2.1に本研究で行なわれた実験結果および実験条件が一括されている。

表 2.2.1 実験結果および実験条件

Run	q	δ	η_{SR}	h_R cm	$\delta/\delta_{lev.}$
U A- 1	0.00191	0.407	0.308	26.0	0.915
2	0.00200	0.100	0.290	26.0	0.188
5	0.00179	0.485	0.310	25.4	1.080
6	0.00209	0.209	0.308	25.5	0.583
7	0.00249	0.182	0.289	25.8	0.530
8	0.00179	0.283	0.361	25.6	0.510
9	0.00133	0.392	0.298	25.6	0.952
10	0.00143	0.474	0.307	25.6	1.085
11	0.00176	0.762	0.344	25.6	1.492
12	0.00159	1.093	0.418	25.7	1.577
13	0.00168	0.010	0.298	25.6	0.024
14	0.00165	0.019	0.307	25.7	0.045
15	0.00170	0.721	0.300	25.6	1.765

実験条件 $\delta/\delta_{lev.}$ は、 $\delta/\delta_{lev.} > 1$ であれば、 $d\eta_S/d\xi > 0$ となり、 $\delta/\delta_{lev.} < 1$ のとき $d\eta_S/d\xi < 0$ となることを表わす (cf. 写真2.2.2, 2.2.3)。

表-2.2.1における q 、 δ は、つぎの手順により求められた。取水された淡水および塩水はそれぞれ初期の塩分濃度とは異なるから、両者の含有塩分を合計し、それを含む初期濃度の塩水の量を塩水流量、取水された淡水と塩水の流量の合計から、それを除いた量を淡水流量とし、それらの無次元量を q 、 δ とした。

写真-2.2.2および2.2.3は、それぞれ実験番号U A-13およびU A-15の塩水層の形を示している。

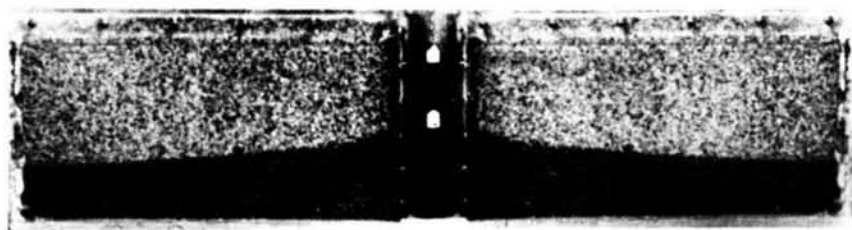


写真 2.2.2 $\delta < \delta_{lev.}$ の場合

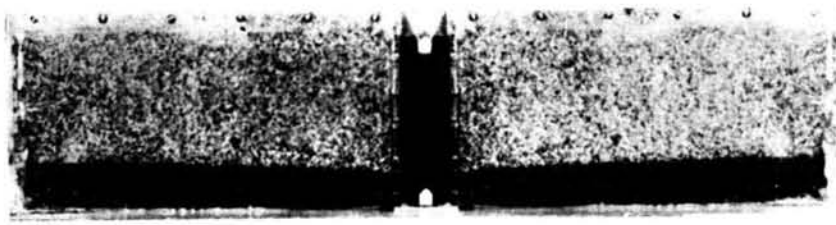


写真 2.2.3 $\delta > \delta_{lev.}$ の場合

(iii) 淡水位

淡水位の変化は、理論的にも、実験的にもごくわずかで、両者は良く一致する⁶⁾。したがって、理論解は十分有用なことが示された。

(iv) 塩水位

図-2.2.11 は、 $\delta/\delta_{lev.} \geq 1.0$ となる代表例を示したもので、○印は実験値を、実線は理論値を表わす。

図-2.2.12 は、各実験について、 $\xi = 0.100$, 0.167 および 0.500 における実験値 η_{sE} と理論値 η_{sT} の差 $\eta_{sE} - \eta_{sT}$ を縦軸に、 η_{sT}/η_{sRT} を横軸にして整理されたもので、理論値と実験値の適合度を表わす。

図-2.2.11 および 2.2.12 から、 $\xi = 0.500$ では、理論値と実験値は良く一致するが、取水井に近づくとき、 $\xi = 0.167$ では ± 0.05 , $\xi = 0.100$ では ± 0.100 程度の差が生じることがわかる。

一方、 $\eta_{sT}/\eta_{sRT} \div 1$, すなわち $\delta/\delta_{lev.} \div 1$ の場合には、理論と実験は良く一致する。

ここで、 η_{sT} と η_{sE} との誤差の原因は、 η_{sT}/η_{sRT} が 1 から離れるにしたがい、理論解を求める際に用いられた仮定 $d\eta_s/d\xi \ll 1$ が十分には満たされなくなることによろう。とくに、 $d\eta_s/d\xi < 0$ のとき、実験値が理論値より低くなるのは、取水井に近づくとき淡水・塩水境界面での混合が無視できなくなり、中間層の一部が塩水層厚に寄与することの一因と考えられる。例えば、D.R.F. Harleman⁷⁾らの浸透層での拡散の実験によると、原点から 1.5 m 離れた所で、淡水・塩水境界面に約 2 cm の中間層が認められている。

また、 $d\eta_s/d\xi > 0$ のとき、実験値が理論値より高くなるのは、 $\delta/\delta_{lev.} > 1$ であるから、塩水層での流速が大きくなり、取水井近傍で透水係数は見かけ上小さくなると考えられることも一因といえよう。(このような取水条件では、流れが、解析に用いられた仮定を満足しなくなることが、最も大きい原因と考えられる。)

塩水取水比 δ が、(2.2.19) 式から求められる $\delta_{lev.}$ をほぼ満足するとき、塩水位は一定となることが実験により確かめられた。

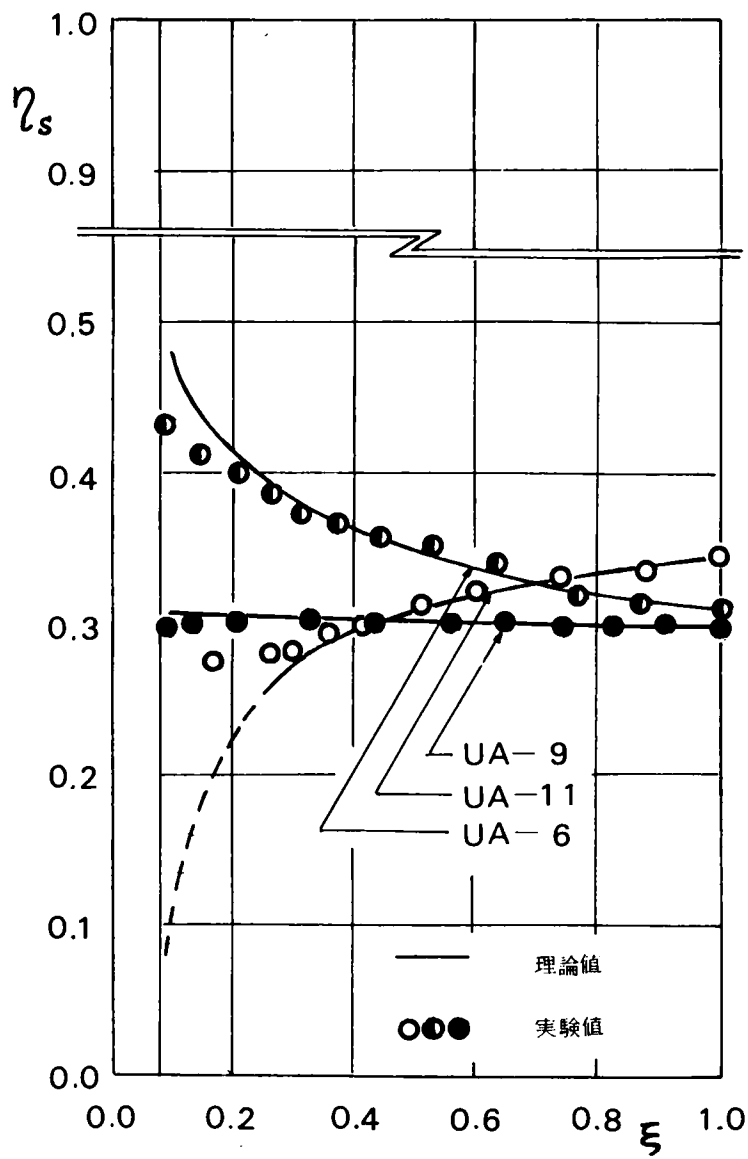


図 2. 2. 11 塩水位 — 自由浸透層 —

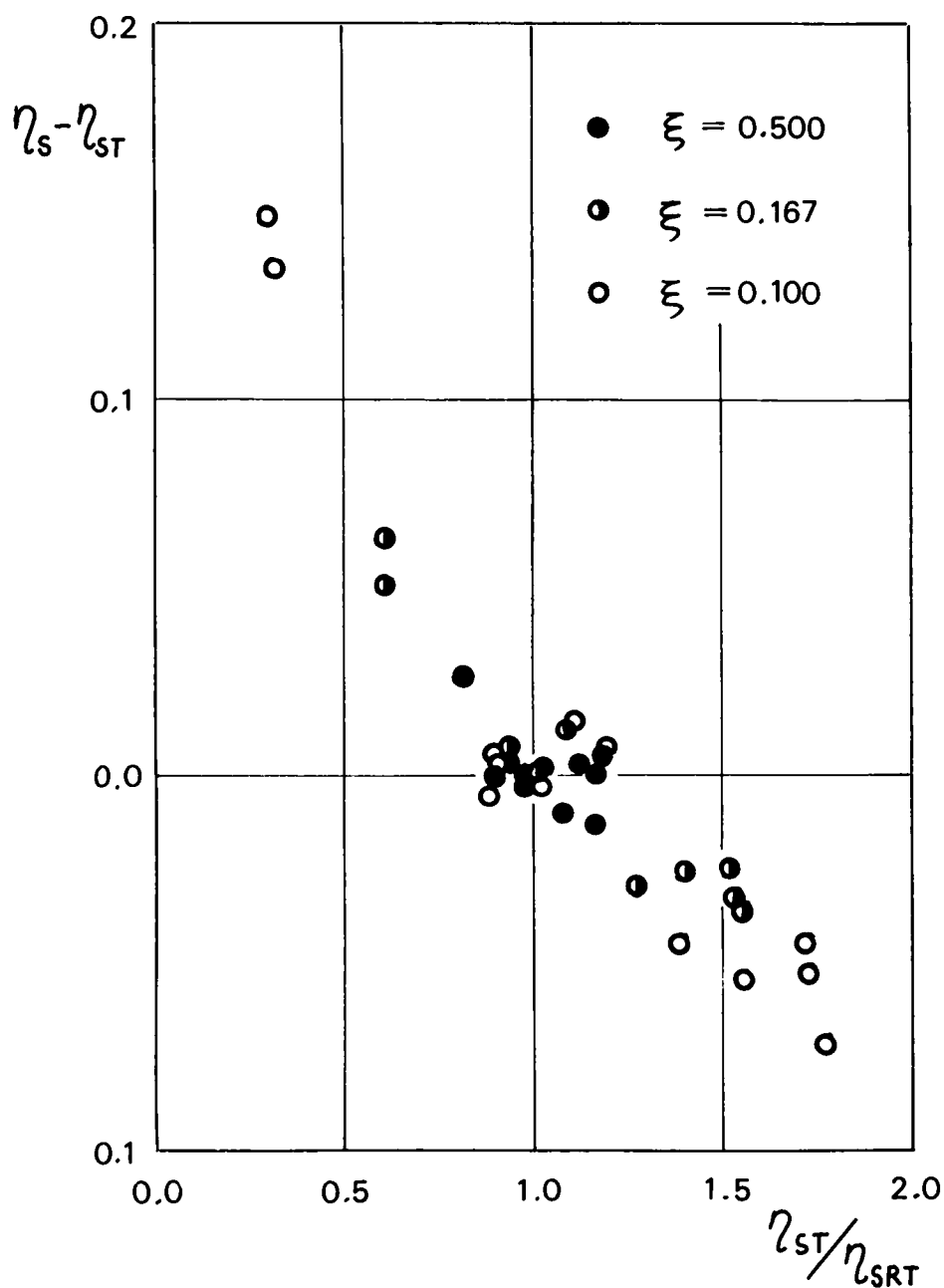


図 2.2.12 実験と理論の適合度

(V) 取水された淡水の塩分濃度

取水井では、下層の塩水と上層の淡水が、可動隔壁で区切られ、それぞれから別の取水管により淡水と塩水が取水されるように作られている。しかし、取水された塩水には、その隔壁を越えた塩水混入、あるいは、浸透層内での塩水の混合などから塩分が含まれる。

図-2.2.13 は、取水された淡水の塩分濃度 c_f を $\delta/\delta_{lev.}$ について整理したものである (c_f は、取水装置、取水条件に左右され、ここで得られた結果が一般性をもつとは限らない)。本実験による結果を検討すると、 $\delta/\delta_{lev.} > 1$ のときには、取水井における塩水取水管の吸引力が大きくなり境界近くの淡水が塩水側に連行され、 $\delta/\delta_{lev.} < 1$ では、逆の現象が生じたといえよう。本図からは、取水された淡水に含まれる塩分は 0.1% ぐらいとできよう。

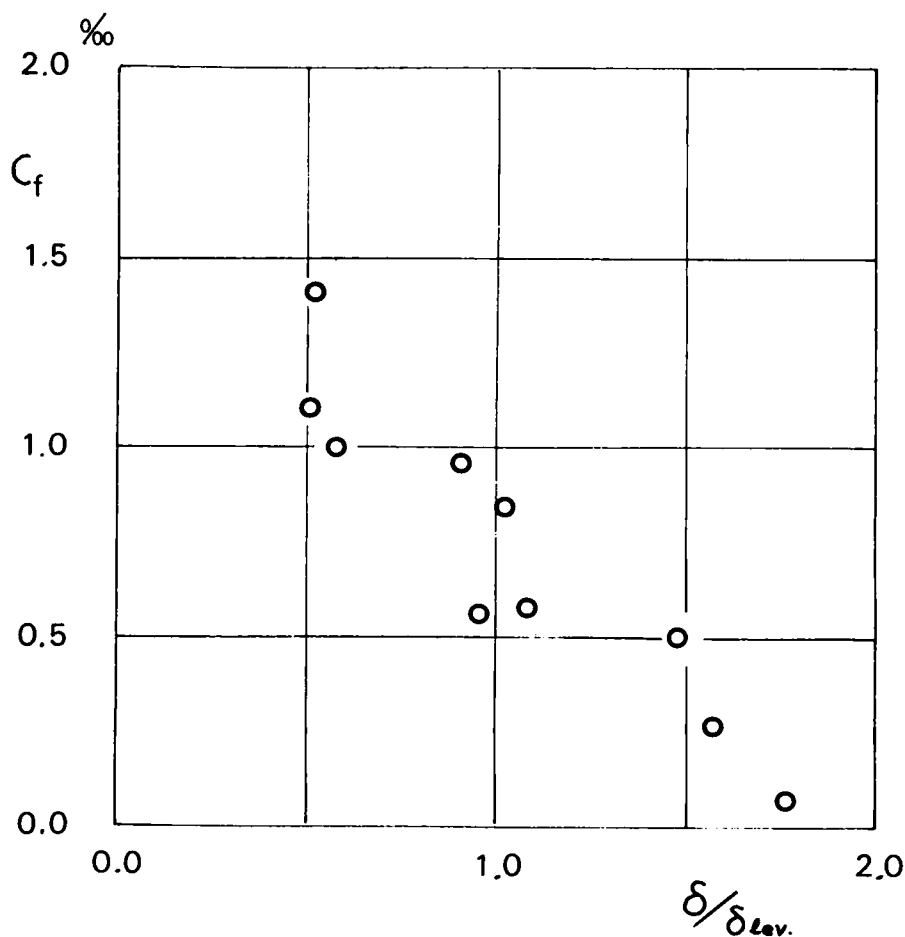


図 2.2.13 取水された淡水の塩分濃度

第 7 節 結 言

本章では、浸透層からの選択取水の一方法として、淡・塩水同時取水についての考察が行なわれた。

理論的には、各水理量から塩水位および淡水位（ピエゾ水頭）を求める基礎方程式を求めるとともに、同時取水法により、淡水の可能取水流量が著しく増加されることが明らかにされた。

実験的には、自由浸透層内の流れについて、理論的考察結果の検討が行なわれた。自由水位は理論値と実験値がよく適合することが確かめられ、塩水位についても、 $\delta/\delta_{lev.} \div 1$ では、両者は良く一致し、塩水位一定の取水条件は、良く現象を説明することが示された。しかし、 $\delta/\delta_{lev.}$ が 1 より離れ、解析の仮定をはずれるときには、若干の不一致を見た。

つぎに、同時取水を実際の場に適用する場合についての二、三の留意点を述べる。

- (i) 浸透層内の流速は、野外における取水では、実験室における値に比べ緩慢になると考えられるから、現象と理論との適合性はより向上するといえよう。
- (ii) 取水される淡水の塩分濃度を低めることは、淡水取水管を淡・塩水境界面よりやや上に設置するなどにより解決されよう。
- (iii) 取水された不要な塩水は、海岸近くであれば、海に排水すれば良いが、内陸では、取水井から十分離れた所で、地下に再注入するなどの対策を検討する必要がある。
- (iv) 本研究では、影響圏に関する考察は行なわれなかったが、野外実験による検討を要すると思われる。

参 考 文 献

- 1) Underhill, H. W. and Atherton, M. J. : A Coastal Ground Water Study in Libya and a Discussion of a Double Pumping Technique, Jour. of Hydrology 2, 1964.
- 2) 岩佐義朗：水理学，朝倉土木工学講座3，朝倉，1967
- 3) De Wiest Roger : Geohydrology, John Wiley, New York, 1965.
- 4) 岩佐義朗，武内等，小沢宜雄：淡水と塩水を含む浸透層からの取水について，昭和43年土木学会関西支部年次学術講演概要
- 5) 岩佐義朗，武内等：淡，塩水が成層をなす浸透層からの取水について — 第2報 — ，第23回土木学会年次学術講演概要
- 6) 前出 5)
- 7) Harleman, D. R. F. and Rumer, R. R. : Longitudinal Dispersion in Steady and Unsteady Flow, Proc. A.S.C.E. Hy 4, July, 1962.

第 3 章 障壁による塩水浸入阻止に関する考察

第 1 節 概 説

淡水と塩水が成層をなす浸透層からの選択取水法として、障壁による取水井への塩水浸入阻止の考察を試みる。すなわち、取水井への塩水浸入を防止するため、取水井周辺の塩水層内に障壁を設け、淡水を取水する方法である。

淡・塩水同時取水法においては、淡水の可能取水流量が大幅に増加されることが明らかにされたが、常に、塩水をも取水しなければならなくなる。一方、本章における方法を障壁取水法とよぶと、この方法では、淡水の可能取水流量の大幅な増加は期待されえないが、初期に障壁を設置するだけで取水井への塩水浸入が防止されるであろう。

塩水層内に障壁をもつ浸透流の厳密な解析は容易でなく、本章では、つぎの二つの近似的な解析を試みるにとどめたい。

その一つは、通常、浸透流では、流れに急激な変化を伴わないことに注目し、障壁のない浸透層から淡水だけを取水する場合の解、すなわち、前章における淡水だけを取水する場合の解を近似解とする方法である。淡・塩水が成層をなす浸透層から淡水だけを取水するとき、その淡・塩水境界面の形状は、すでに求められていて、塩水層では流れを考えないから、そこに塩水位と同じ高さの障壁を挿入しても水理現象は大きく変わらないとしてよい。したがって、図-2.3.1における障壁の後の塩水位を与えることができる。取水井と障壁の間では、流速はごく小さく、その背後の塩水位には、影響をおよぼさないと考えられる。

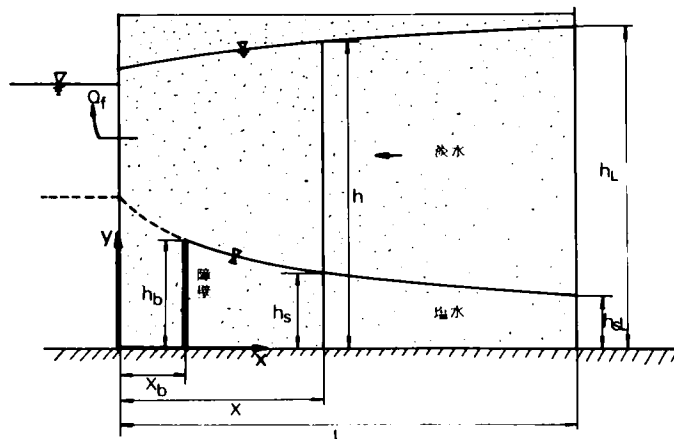


図-2.3.1 自由浸透層よりの淡水取水

つぎに、浸透層内の2層流の写像解析を試みる。浸透層内の流れは、ポテンシャル理論による解析が可能であり、障壁のある流れについても同様で、複素ポテンシャル関数を用いた等角写像により解かれる問題が多い。¹⁾しかし、浸透層内に淡水と塩水を含む場合には、この解析法も容易ではなくなる。そこで、本章では、まず、このような流れを、解析可能なモデルにすることを考え、つぎに、いくつかの仮定の下にその解析を行なう。

最後に、上のそれぞれの解析結果を実験により検討する。

第 2 節 自由浸透層よりの取水

本節では、自由浸透層からの障壁取水法について、まず、前節の仮定にもとづき種々の水理量と障壁高さとの関係を求める。解析に用いられるモデルは、図-2.3.1に示される通りで、奥行き幅を b とし、取水井の底面に原点をもつ $x-y$ 座標系を用いて解析が行なわれる。

(1) 塩水流れを阻止する障壁高さ

図-2.3.1で淡水だけを取水したときの塩水位を求める。記号および解析における仮定は第2章におけると同じである。

したがって、Darcy則よりつぎの運動の式が与えられる。

$$U_f = -K_f \frac{dh}{ds} = -K_f \frac{dh}{dx} \cos \theta \quad (2.3.1)$$

$$U_s = -K_s \left\{ (1 - \epsilon) \frac{dh}{dx} + \epsilon \frac{dh_s}{dx} \right\} \cos \theta \quad (2.3.2)$$

ここで、仮定より $U_s \equiv 0$ であるから、次式がえられる。

$$\frac{dh_s}{dx} = - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{dh}{dx} \quad (2.3.3)$$

連続の式は、次式で与えられる。

$$Q_f = b \int_{h_s}^h (-U_f) \cos \theta dy \quad (2.3.4)$$

ここで、(2.3.1)、(2.3.4)式に(2.2.5)式において、 R の代りに L を用いた無次元量、 $q_2 = Q_f / K_f \cdot b \cdot L$ を用い、また $\tan \theta$ が各流線の勾配であることに注意し、前章と同様な演算を行なうと、次式をうる。

$$q_2 = \epsilon (\zeta - \zeta_s) \left[\tan^{-1} \left(\frac{d\zeta}{d\xi} \right) - \tan^{-1} \left(- \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \frac{d\zeta}{d\xi} \right) \right] \quad (2.3.5)$$

さらに, (2.3.3), (2.3.5) 式より次式をうる。ただし, $q_1 = Q \cdot L / b K_f h_L^2$ とする。

$$\frac{d\eta_s}{d\xi} = - \frac{1-\epsilon}{\epsilon} \frac{d\eta}{d\xi} \quad (2.3.6)$$

$$q_1 = \frac{d\eta}{d\xi} (\eta - \eta_s) \quad (2.3.7)$$

両式に境界条件, $\xi = 1$ で $\eta_s = \eta_{sL}$, $\eta = 1$, $d\eta/d\xi = q_1 / (1 - \eta_{sL})$ を用いると, 自由水位 η および塩水位 η_s が求められる。

いま, 障壁高さ η_b は 上で求められる塩水位 η_s に等しいとしているから, ϵ , η_{sL} が与えられると, 取水井に塩水混入を生じさせないで 淡水 q_1 を取水するには, 取水井から ξ_b の位置に 次式で与えられる高さ η_b の障壁を設置すればよい。

$$\eta_b = 1 - \epsilon + \epsilon \eta_{sL} - \sqrt{\left\{ (1-\epsilon)(1-\eta_{sL}) \right\}^2 - 2(1-\epsilon)^2 q_1 (1-\xi_b) / \epsilon} \quad (2.3.8)$$

このときの淡水位 η は次式で与えられる。

$$\eta = \sqrt{2 \epsilon q_1 (\xi - 1) + \epsilon^2 (1 - \eta_{sL})^2} + \left\{ 1 - \epsilon (1 - \eta_{sL}) \right\} \quad (2.3.9)$$

図-2.3.2は, η_b を η_{sL} , q_1 , ξ_b について示したもので, 障壁取水法における水理量と障壁高さの関係を示す。ただし, $\epsilon = 0.029$ である。

一方, 淡水取水流量は, 障壁を設置しない場合は図-2.3.1において AA'' で表わされる塩水位に対応する値から, AA' に対応する値へと増加することになる。

ここで得られた結果は, 第4節にて実験により検討される。

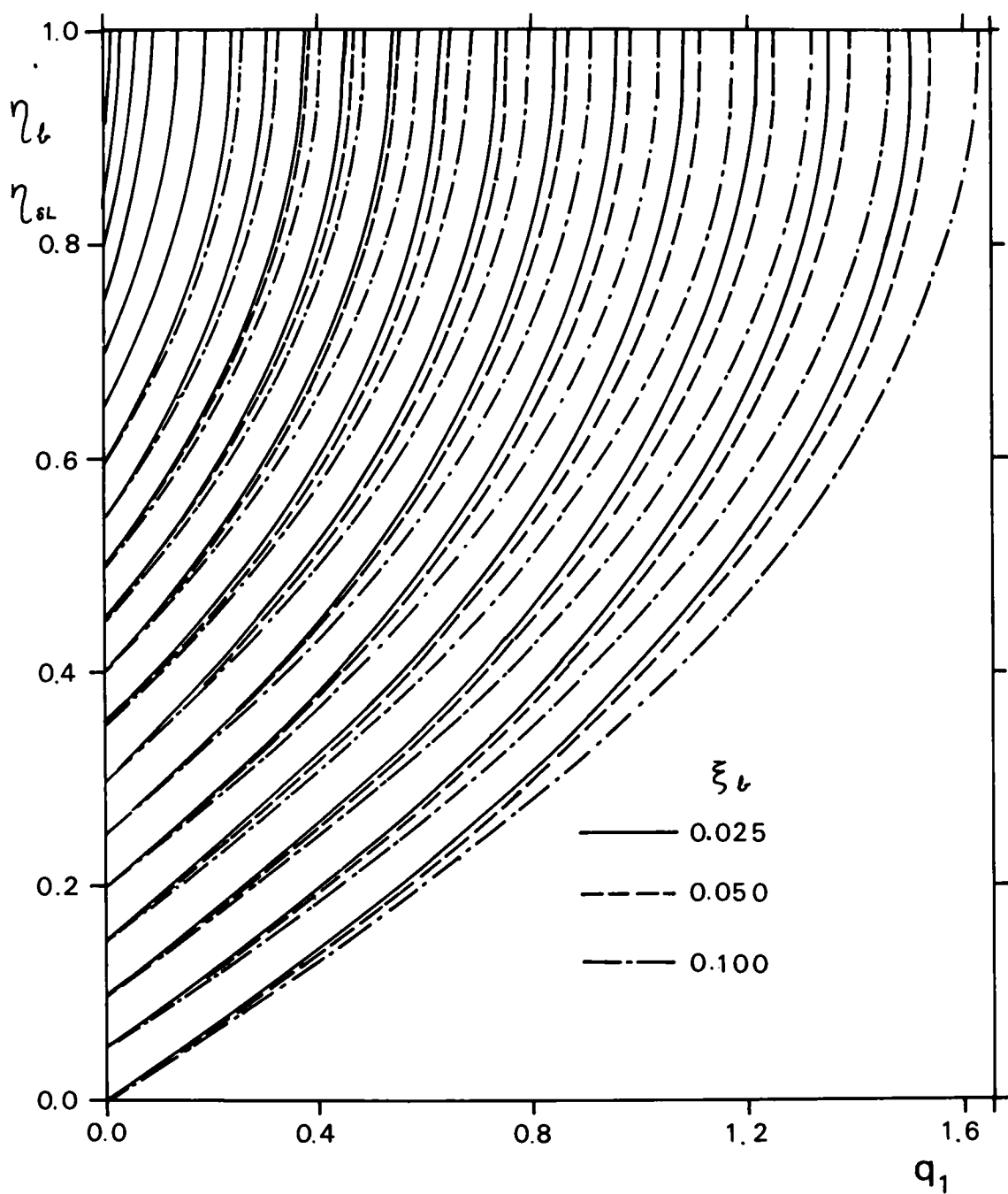


図 2.3.2 障壁高さ — 自由浸透層 —

第 3 節 等角写像による解析

(1) モデル

障壁近傍の浸透流は、等角写像により解析可能であるが、淡水と塩水が成層をなしているような場合には、解析が容易でなくなる。したがって、まず、現象を解析可能なモデルに近似化しなければならない。

一般に、自由水位面、あるいは、淡・塩水境界面など特殊な流線を有する浸透流の等角写像には、Zhukovsky 関数²⁾を用いると、解析可能なことが多い。しかし、後に述べるように、本研究における現象のような場合には、Zhukovsky 関数により写像された結果に、さらに、Schwarz-Christoffel³⁾の方法が適用可能でなければならない。そこで、自由水位面あるいは淡・塩水境界面のいずれかが既知でなければならず、本節では、自由水位面の速度ポテンシャルを一定とおいた。

解析に用いられるモデルは、図-2.3.3に示す通りで、斜線部は、それぞれ不透水壁であり、 Φ は速度ポテンシャル、 Ψ は流れ関数、 Q^* は単位幅流量を示す。水理量における添字 w 、 b および s は、それぞれ井戸、障壁および不透水壁で置き換えられた影響圏を示す。

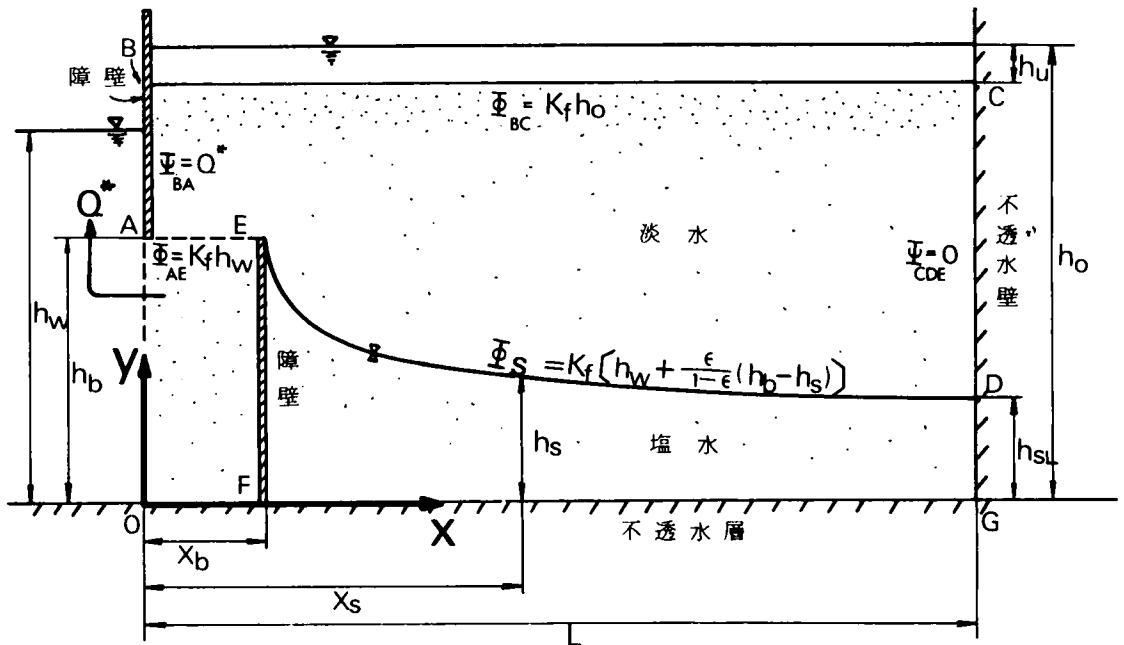


図 - 2.3.3 モデル (Z平面)

(2) 写 像 解 析

解析の手順を略述すると、つぎのとおりである。

- 1) 物理平面 $Z(x, y)$ における速度ポテンシャル Φ および流れ関数 Ψ を求め、複素ポテンシャル平面 $W(\Phi, \Psi)$ を定める。
- 2) Zhukovsky 平面 $\theta(\theta_1, \theta_2)$ を定める。このとき、淡・塩水境界面で θ_1 が一定になるように、 θ_1, θ_2 の関数形を定める。
- 3) 補助平面 t は、 W 平面と θ 平面を結ぶための写像平面である。

$$W(\Phi, \Psi) \longrightarrow t \longleftarrow \theta(\theta_1, \theta_2)$$

さらに、 $W \rightarrow t$ および $t \leftarrow \theta$ の写像過程で、計算を容易にするため、いくつかの補助変換を行なう。

解析においては、影響圏における塩水位 h_{SL} 、自由水位 h_0 (あるいは h_u) および障壁の位置 x_b が定められたとき、流量 Q を取水するのに必要な障壁高 h_b および淡・塩水境界面の形を求めることにする。

(i) W 平 面

解析の便宜上、 AE では速度ポテンシャルが一定と仮定する。

$$\Phi_{AE} = K_f h_w \quad (2.3.10)$$

淡・塩水境界での速度ポテンシャル Φ_S は、速度ポテンシャルが $\Phi = K(p/\rho g + y)$ であり、 $y_S = h_b$ で $\Phi_S = \Phi_{AE}$ であることを用いると、次式により与えられる。

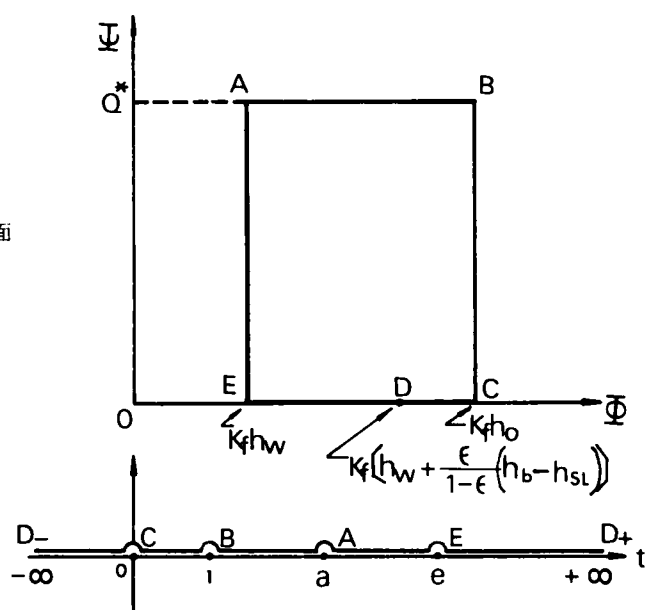
$$\Phi_S = K_f \left(h_w + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} y_b - \frac{\epsilon}{1-\epsilon} y_S \right) \quad (2.3.11)$$

図-2.3.4-(1)に、 W 平面を示す。

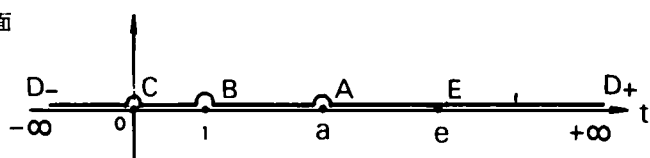
(ii) Zhukovsky 平 面

一般に、Zhukovsky 関数は、 $\theta_1 = \Phi + Ky$ および $\theta_2 = \Psi - Kx$ と表わされ、自由流線上で $\theta_1 = \text{const}$ とされるのであるが、本節では、淡・塩水境界面で、 θ_1 が一定となる⁴⁾ ように関数を定める。したがって、次式をうる。

(1) w 平面



(2) t 平面



(3) θ 平面

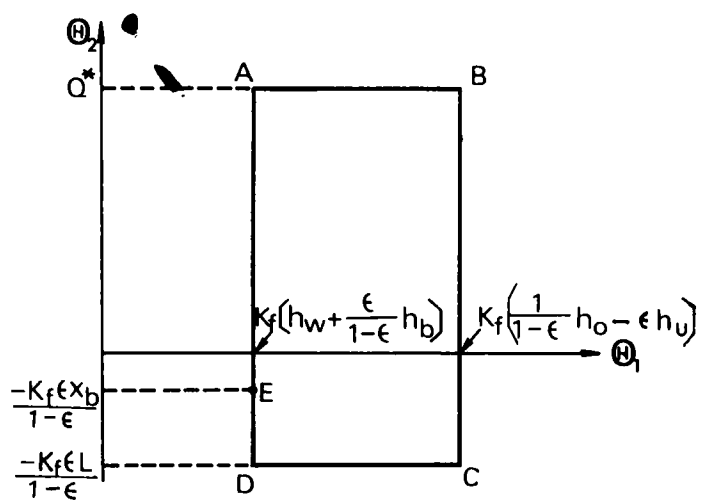


图 - 2.3.4 写像平面

$$\theta_1 = \Phi + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} Ky \quad (2.3.12)$$

$$\theta_2 = \Psi - \frac{\epsilon}{1-\epsilon} Kx$$

図-2.3.4-(3)は、モデルの Zhukovsky 平面を示す。

(iii) t 平面

t 平面では、3点が任意の座標とできるから、 B, C, D_{\pm} をそれぞれ $1, 0, \pm\infty$ とする。図-2.3.4-(2)は t 平面である。

(iv) $W - t - \theta$

W 平面と θ 平面は、 t 平面を媒介に Schwarz-Christoffel の方法により結ばれる。

$$W = N \int \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)(t-a)(t-e)}} + N' \quad (2.3.13)$$

$$\theta = M \int \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)(t-a)}} + M' \quad (2.3.14)$$

ここで、 M, N, M', N' は、後に定められる定数である。

(2.3.13) および (2.3.14) 式のままでは、解析できないから、さらに、次式による変換を行なう。⁵⁾

$$\begin{aligned} 1) \quad W(\Phi, \Psi) &= U(\varphi, \phi) = \Omega_1 \\ 2) \quad \theta(\theta_1, \theta_2) &= \theta(\theta_1, \theta_2) = \Omega_2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} t \quad (2.3.15)$$

ここで、つぎの楕円積分を定義する。

第一種完全楕円積分

$$E(k) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2 x^2)}} \quad (2.3.16)$$

第一種楕円積分

$$F(k, u) = \int_0^u \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2 x^2)}} \quad (2.3.17)$$

(2.3.17) 式の逆関数であるJacobiの楕円関数を $\text{Sn}(k, F)$ で表わす。

1) $W \rightarrow U \rightarrow \Omega_1 \rightarrow t$

Φ, Ψ を φ, ϕ に変換する。 ($W \rightarrow U$)。

$$\begin{aligned}\varphi &= (K h_0 - \Phi) \cdot \frac{\sqrt{a(e-1)}}{2N} \\ \phi &= \Psi \cdot \frac{\sqrt{a(e-1)}}{2N}\end{aligned}\tag{2.3.18}$$

t から Ω_1 に変換する。

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{e}}{1 - \frac{1}{t}}} \\ k_1 &= \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{e}}}\end{aligned}\tag{2.3.19}$$

また、つぎの無次元量および n を用いる。

$$\begin{aligned}q_2 &= \frac{Q^*}{K_f h_0}, \quad \eta = \frac{h}{h_0} \\ n &= h_0 \cdot K_f \cdot \frac{\sqrt{a(e-1)}}{2N}\end{aligned}\tag{2.3.20}$$

したがって、(2.3.13) 式は、次式になる。

$$U = \int \frac{d\Omega_1}{\sqrt{(1 - \Omega_1^2)(1 - k_1^2 \Omega_1^2)}}\tag{2.3.21}$$

図-2.3.5 および図-2.3.6 の対応点 E, A, D, S の関係⁶⁾ より、それぞれ次式をうる。

$$(1 - \eta_w) n = K(k_1)\tag{2.3.22}$$

$$q \cdot n = K(k_2)\tag{2.3.23}$$

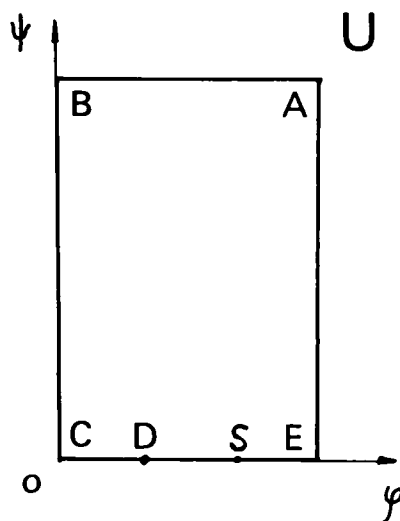


図-2.3.5 U 平面

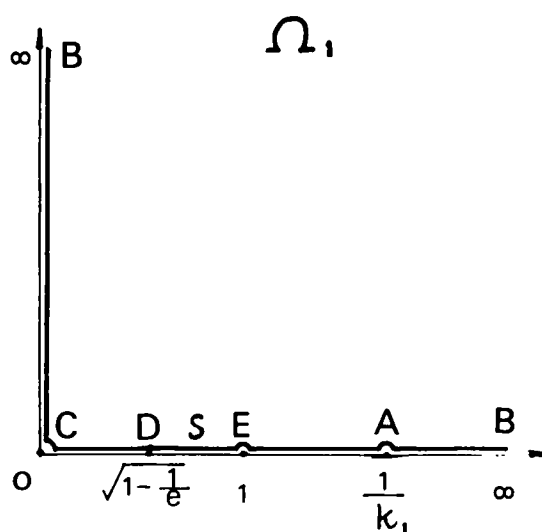


図-2.3.6 Ω₁ 平面

$$\left\{ 1 - \eta_w - \frac{1}{1 - \varepsilon} (\eta_b - \eta_{SL}) \right\} n = F(k_1, \sqrt{1 - \frac{1}{e}}) \quad (2.3.24)$$

$$\left\{ 1 - \eta_w - \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (\eta_b - \eta_s) \right\} n = F(k_1, v) \quad (2.3.25)$$

$$\text{ただし, } k_1^2 + k_2^2 = 1 \quad (2.3.26)$$

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{e}} \sim 1 \quad (2.3.27)$$

2) $\theta - \theta - \Omega_2 - t$

θ_1, θ_2 から θ_1, θ_2 に変換する。($\theta \rightarrow \theta$)。

$$\theta_1 = \left(\theta_2 + K_f \cdot \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} L \right) \cdot \frac{\sqrt{a}}{2M} \quad (2.3.28)$$

$$\theta_2 = \left\{ \theta_1 - K_f \cdot \frac{1}{1 - \varepsilon} (h_0 - \varepsilon h_u) \right\} \cdot \frac{\sqrt{a}}{2M}$$

もから Ω_2 に変換する。

$$\Omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{t}}} \quad (2.3.29)$$

$$k_3 = \sqrt{1 - \frac{1}{a}}$$

つぎの無次元量および m を用いる。

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \omega = \frac{L}{h_0} \quad (2.3.30)$$

$$m = h_0 \cdot K_f \cdot \frac{\sqrt{a}}{2M}$$

したがって、(2.3.14) 式は、次式になる。

$$\theta = -i \int \frac{d\Omega_2}{\sqrt{(1 - \Omega_2^2)(1 - k_3^2 \Omega_2^2)}} \quad (2.3.31)$$

図-2.3.7 および図-2.3.8 の対応点 D, A, E, S より、それぞれ次式をうる。

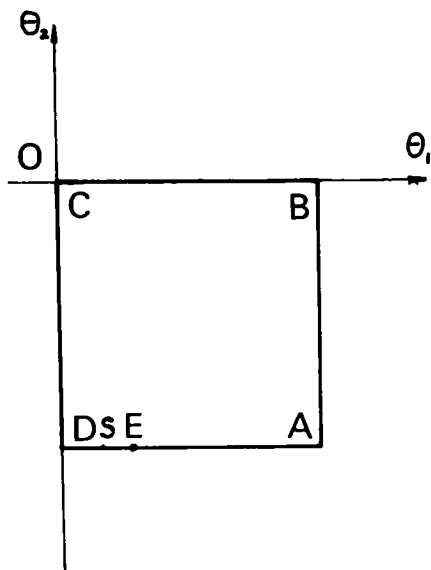


図-2.3.7 θ 平面

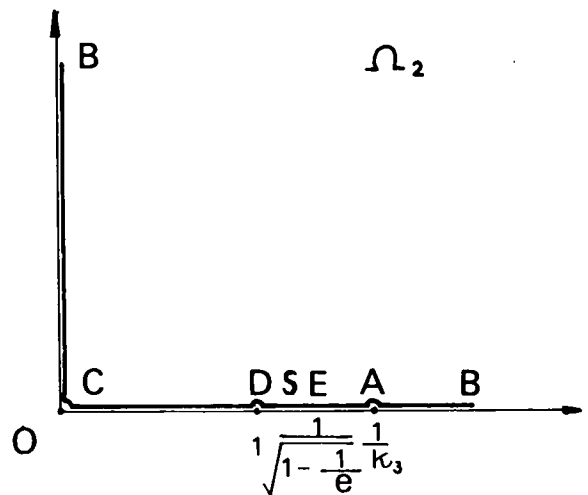


図-2.3.8 Ω_2 平面

$$\frac{1}{1-\epsilon} \left\{ 1 - \eta_w + \epsilon (\eta_w - \eta_b - \eta_u) \right\} \cdot m = \mathbb{K}(k_3) \quad (2.3.32)$$

$$\left(q + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \omega \right) m = \mathbb{K}(k_4) \quad (2.3.33)$$

$$(1 - \xi_b) \cdot \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \omega \cdot m = F(k_4, \sqrt{\frac{a}{e}}) \quad (2.3.34)$$

$$(1 - \xi_S) \cdot \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \omega \cdot m = F(k_4, u) \quad (2.3.35)$$

$$\text{ただし,} \quad k_3^2 + k_4^2 = 1 \quad (2.3.36)$$

$$u = 0 \sim \sqrt{\frac{a}{e}} \quad (2.3.37)$$

(3) 解析結果

上で求められた各式から、水理量の関係を与えるには、つぎのように解けばよい。

(2.3.22) ~ (2.3.24) 式および (2.3.32) ~ (2.3.34) 式から、 m , n , η_b , η_w を消去すると次式をうる。

$$\begin{aligned} & \frac{\epsilon}{1-\epsilon} (1 - \eta_{SL} - \eta_u) + \frac{F(k_4, \sqrt{1 - \frac{1}{e}})}{\mathbb{K}(k_2)} \cdot q_2 - \frac{\mathbb{K}(k_3)}{\mathbb{K}(k_4)} \cdot \left(q_2 + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \omega \right) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2.3.38)$$

$$\left. \begin{aligned} k_4^2 &= 1 - k_3^2 \\ e &= 1 / \left[k_4^2 - \sin^2 \left\{ \frac{(1 - \xi_b) \omega}{\frac{1-\epsilon}{\epsilon} q_2 + \omega} \cdot \mathbb{K}(k_4), k_4 \right\} \right] \\ k_1^2 &= k_3^2 / \left(1 - \frac{1}{e} \right) \\ k_2^2 &= 1 - k_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.39)$$

したがって、 η_{SL} 、 η_u 、 ω 、 ξ_b 、 q_2 、 ϵ を与えると、(2.3.38) および (2.3.39) 式から k_3 が定まり、流れは解析されたことになる。

結局、 η_b 、 η_w は、それぞれ次式で与えられる。

$$\eta_b = 1 - \eta_u - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \left\{ \frac{K(k_3)}{K(k_4)} \left(q_2 + \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \omega \right) + \frac{K(k_1)}{K(k_2)} q_2 \right\} \quad (2.3.40)$$

$$\eta_w = 1 - \frac{K(k_1)}{K(k_2)} q_2 \quad (2.3.41)$$

また、淡・塩水境界面は次式で与えられる。

$$\xi_s = 1 - \frac{F(k_4, u)}{K(k_4)} \left(1 + \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \frac{q_2}{\omega} \right) \quad (2.3.42)$$

$$\eta_s = 1 - \eta_u - \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \left\{ \frac{K(k_3)}{K(k_4)} \left(q_2 + \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \omega \right) + \frac{2K(k_1) - F(k_1, v)}{K(k_2)} q_2 \right\} \quad (2.3.43)$$

ただし、

$$u = \frac{1}{k_4 \sqrt{t}} \quad , \quad v = \frac{k_3}{k_1} \sqrt{\frac{t}{t-1}} \quad (2.3.44)$$

$$t = e \sim \infty$$

(4) 数 値 計 算

図-2.3.9および図-2.3.10は、(2.3.38)、(2.3.39)式を k_3 について試行錯誤により解き、その結果および(2.3.40)式から求められた q_2 、 η_{SL} 、 ξ_b 、 ω および η_b の関係を示したものである。ただし、 $\epsilon = 0.029$ である。

図-2.3.9は、 η_{SL} 、 q_2 を助変数として $\omega \sim \eta_b$ について示したものである。ここで、 $\xi_b \cdot \omega = \text{const}$ であるから、計算結果は、モデルにおいて x_b 、 h_0 、 Q 、 h_{SL} を固定し、 L だけを変えた場合と考えてもよい。図より、 ω が3以上では、いづれも障壁高さ η_b の値はほぼ一定となっているから、 $\omega = 3 \sim 5$ とすれば影響圏 L を十分大きくとったと同じ効果になる (ω が大きくなると、(2.3.38)、(2.3.39)式の収束が非常に遅くなる)。

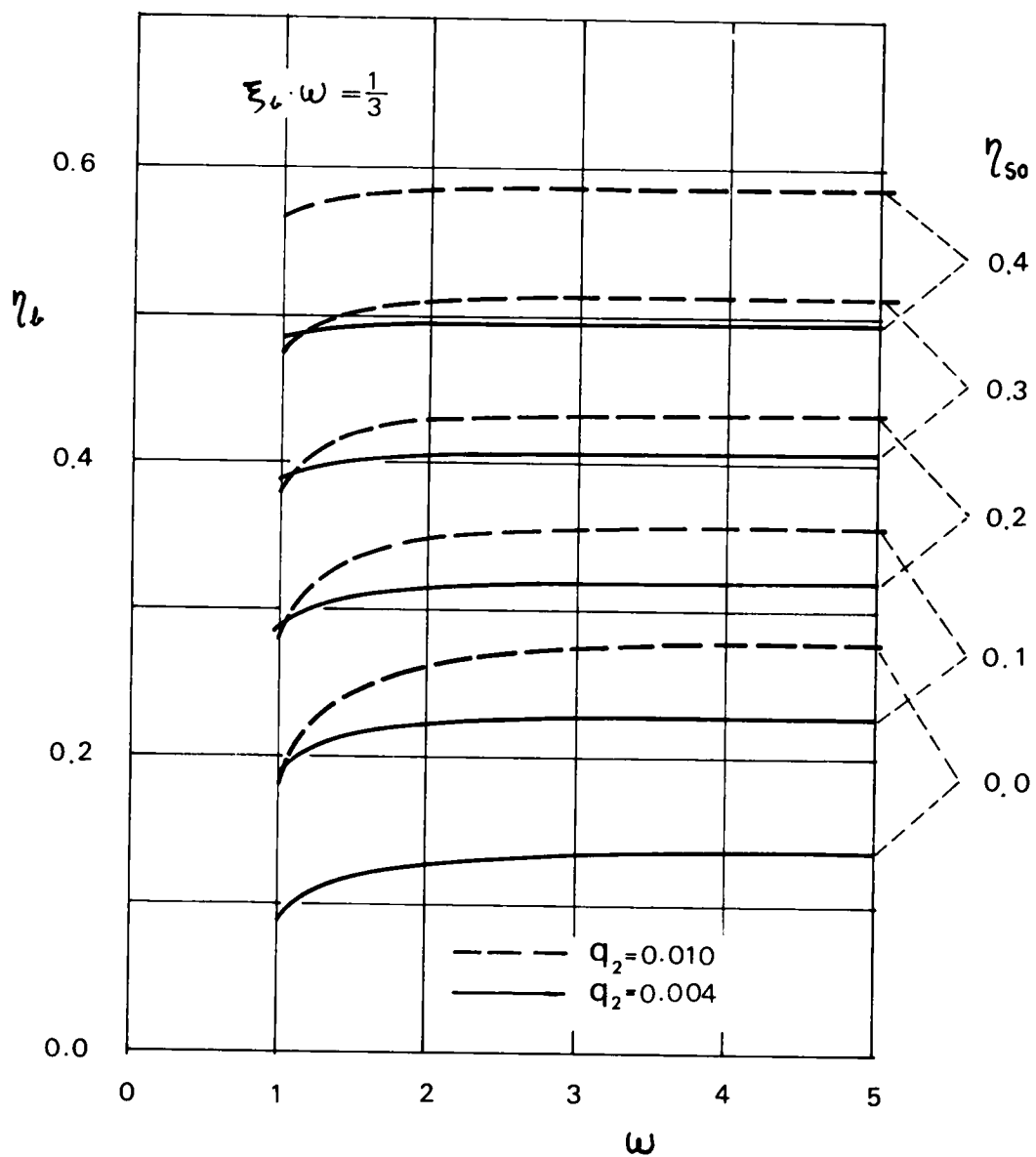


図-2.3.9 障壁高さの影響

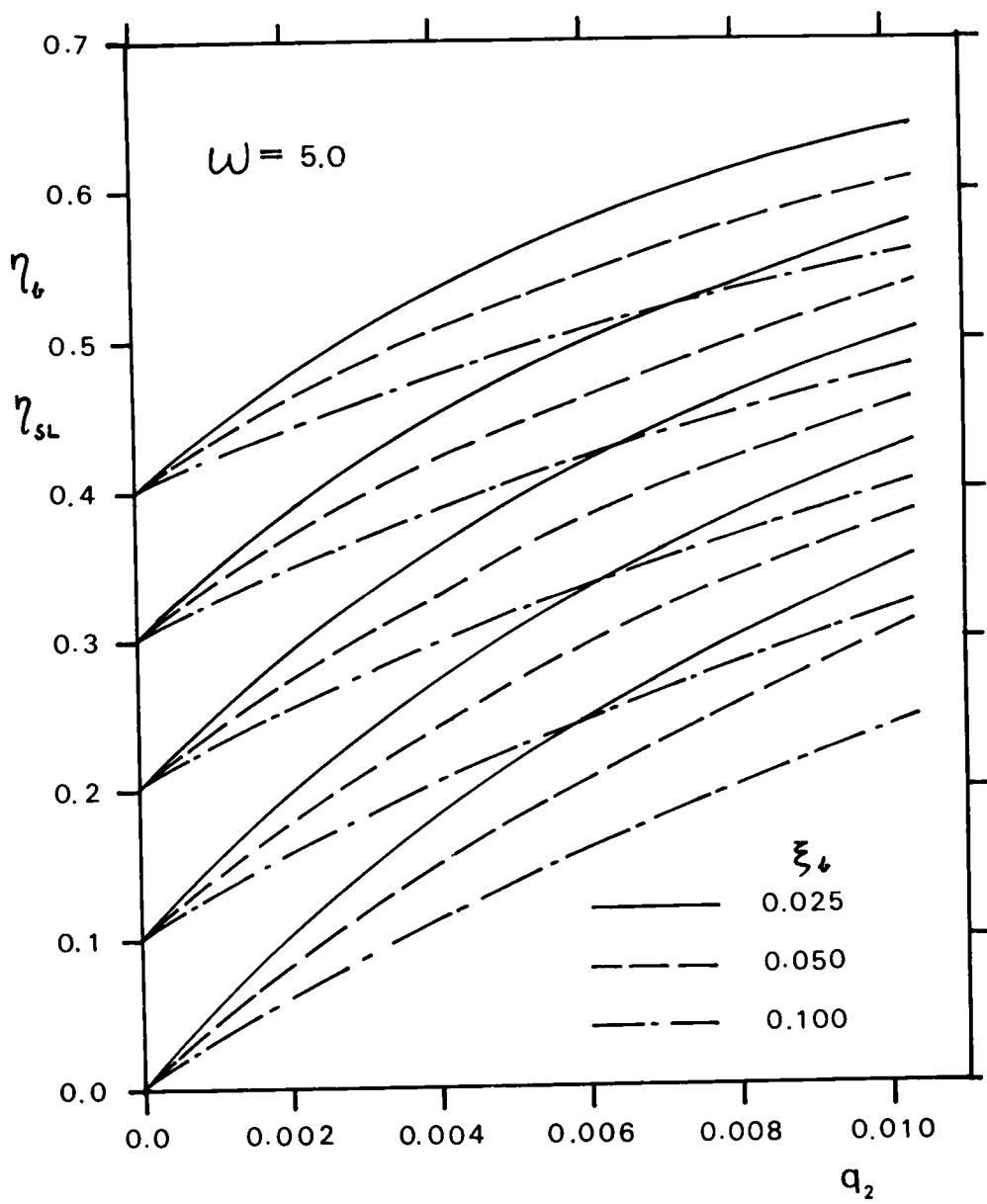


図 - 2.3.10 障壁高さ

図-2.3.10 は、 $\omega = 5$ としたときの水理量の関係を示す。

第 4 節 実 験 的 研 究

第2節および第3節で得られた解析結果を実験により検討する。

実験は、京都大学土木総合館地下水利実験室にて行なわれた。

(1) 実 験 装 置

実験装置は、図-2.3.11 に示される通りで、鉄製長方形断面の水路に川砂が詰められ、水路側面は

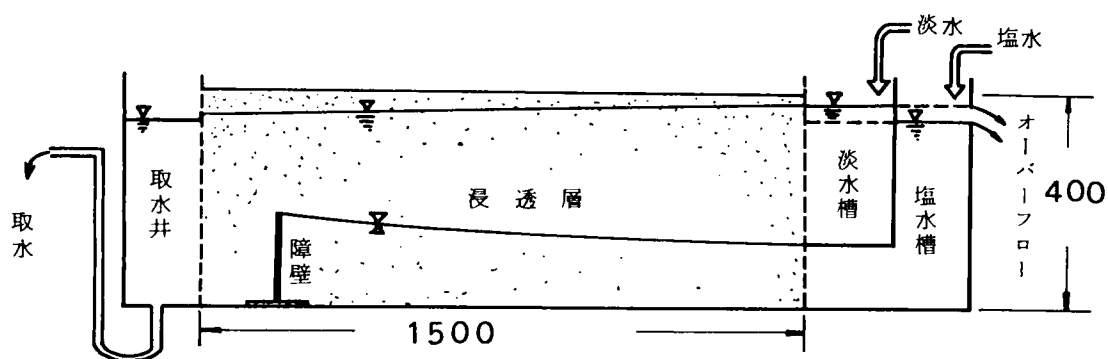


図 2.3.11 実験装置

ガラス張りで、外から水理現象が観察できるようになっている。

浸透層部は、高さ40cm、幅30cm、長さ150cmで、取水井、定水位水槽とは黄銅製網で区切られている。障壁は鋼製である。

定水位水槽では、任意の淡水位および塩水位が設定でき、任意の流量が供給できる。

取水管は、取水井の底に連なる可撓パイプであり、先端を上・下し、取水井との水位差により流量が調節される。

浸透層内の砂は、網目間隔2mmと3mmのフルイの間を通過したものである。空隙率は0.46、定水位試験による透水係数は 2.5 cm/s (13.0°C) である。

(2) 実 験 方 法

第2章におけると同様である。

(3) 実験結果およびその考察

(i) 自由浸透層からの取水

本節で行なわれた実験およびその条件を表-2.3.1に一覧する。

表-2.3.1 実験結果 —自由浸透層—

RUN	$q_1 (= q_2 \omega) \times 10^{-2}$	ξ_b	η_{sL}	η_{sb}	備考
UB- 1	0.303	0.0667	0.176	0.245	
2	0.391	0.0667	0.171	0.282	
3	0.444	0.0667	0.176	0.289	
4	0.566	0.0667	0.172	0.312	
5	0.636	0.0667	0.175	0.320	
6	0.362	0.0667	0.182	0.239	*
7	0.416	0.0667	0.185	0.281	*
8	0.793	0.0667	0.177	0.335	*
9	0.898	0.0667	0.172	0.460	*
10	0.976	0.0667	0.212	0.467	*
11	0.568	0.0667	0.169	0.356	*
12	0.734	0.0667	0.169	0.456	*
13	0.331	0.1333	0.194	0.265	*
14	0.400	0.1333	0.168	0.378	*
15	0.435	0.1333	0.173	0.459	*
注 障壁高さ (* 15 cm, 無印 10 cm) L = 150 cm h ₀ = 33.0 cm					

図-2.3.12は、無次元量により、塩水位の実験値(○印)と(2.3.8)式による計算値(実線)を示したものである(実験条件が、解析の仮定を十分満たさない場合には、計算値は点線で示された)。

a) は、塩水位が明らかに障壁より低い場合である。このとき、目視観測および取水された淡水の塩分濃度測定の結果から、塩水は障壁を越流しないことが観測された。したがって、塩水位が障壁高さより低いときは、井戸への塩水浸入は障壁により阻止される。

b) は、障壁高さと塩水位がほぼ同一で、先の解析における仮定を満足する例である。この場合、実験値と計算値はほぼ一致する。したがって、障壁高さは、(2.3.8)式で表わしうる事が明らかにされた。

また、上の a) の場合、実験値と(2.3.8)式による差は大きくないから、塩水位が障壁高さより低いときにも、本式からおおよその塩水位を推定できよう。

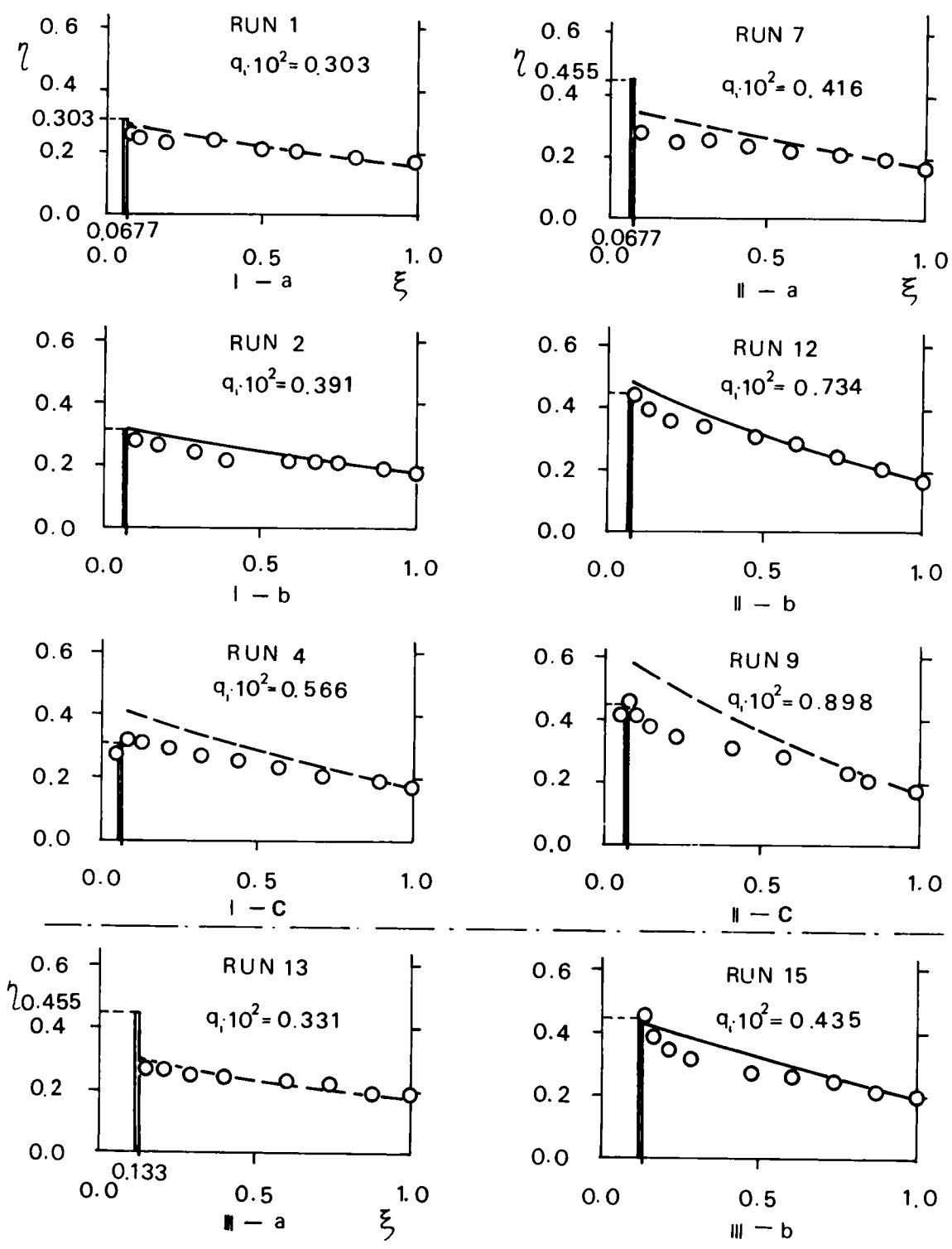


圖 2. 3. 12 實驗例 — 自由浸透層 —

(c) は、塩水位が明らかに障壁を越えたときの実験例である。

一方、淡水位の変化は、定水槽と取水井における水頭差により検討されたが、両者の差は小さく、(2.3.9) 式による値とほぼ一致する。

(ii) 自由水位のポテンシャルが一定の場合

表-2.3.2は、実験結果の一覧で、 η_{sbT} は、(2.3.40) 式による値を示す。ここで、障壁高さは、いつも $\eta = 0.423$ で、すべての実験例が、解析の仮定を満たすものではないが、実験結果から両者はほぼ一致するといえる（障壁高さと塩水位が異なる場合も等角写像による解析が可能であるが、本研究では省略された）。

表 2.3.2 計算結果 — 自由水位一定 —

RUN	$q_2 \times 10^{-2}$	ξ_b	η_{sL}	η_{sb}	η_{sbT}
FB-1	0.057	0.0667	0.231	0.245	0.247
FB-2	0.077	0.0667	0.231	0.251	0.255
FB-3	0.106	0.0667	0.237	0.262	0.276
FB-4	0.177	0.0667	0.245	0.296	0.306
FB-5	0.248	0.0667	0.248	0.344	0.332
FB-6	0.279	0.0667	0.245	0.358	0.339
FB-7	0.372	0.0667	0.248	0.368	0.366
FB-8	0.450	0.0667	0.254	0.383	0.391
FB-9	0.128	0.1333	0.204	0.219	0.237
FB-10	0.657	0.1333	0.237	0.389	0.374
注 $h_0 = 35.5 \text{ cm}$ 障壁高さ 15 cm $L = 150 \text{ cm}$					

図-2.3.13は、実験の代表例であり、写像解析の結果は、実験結果をほぼ説明している。一般に、(2.3.42)～(2.3.44) 式より与えられる塩水位は、障壁近傍で急激に立ち上るのに比べ、実験による値は、緩勾配になることが明らかにされた（FB-10は、むしろ例外を示すものとして与えられた）。

ここで得られた結果から、自由水面でポテンシャル一定とした時には、自由浸透層における現象に比べて、障壁近くのみ急激な塩水位の上昇が生ずることがわかる。

以上の結果より、浸透層内の2層流は、適切なモデルを用いれば等角写像によっても解きうるということが明らかにされた。

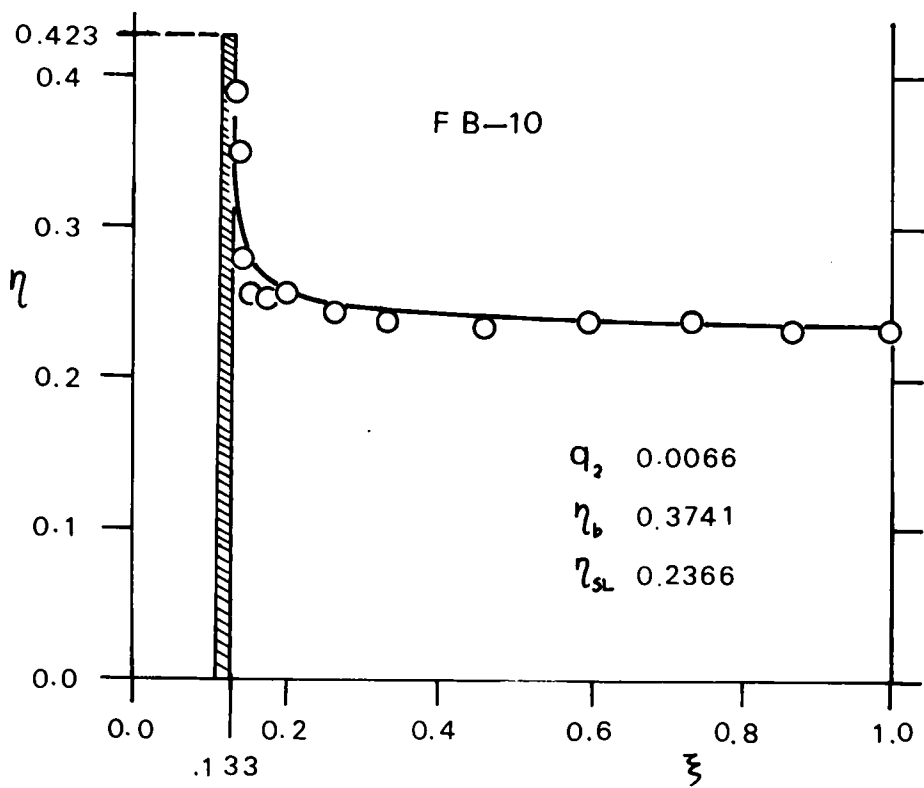
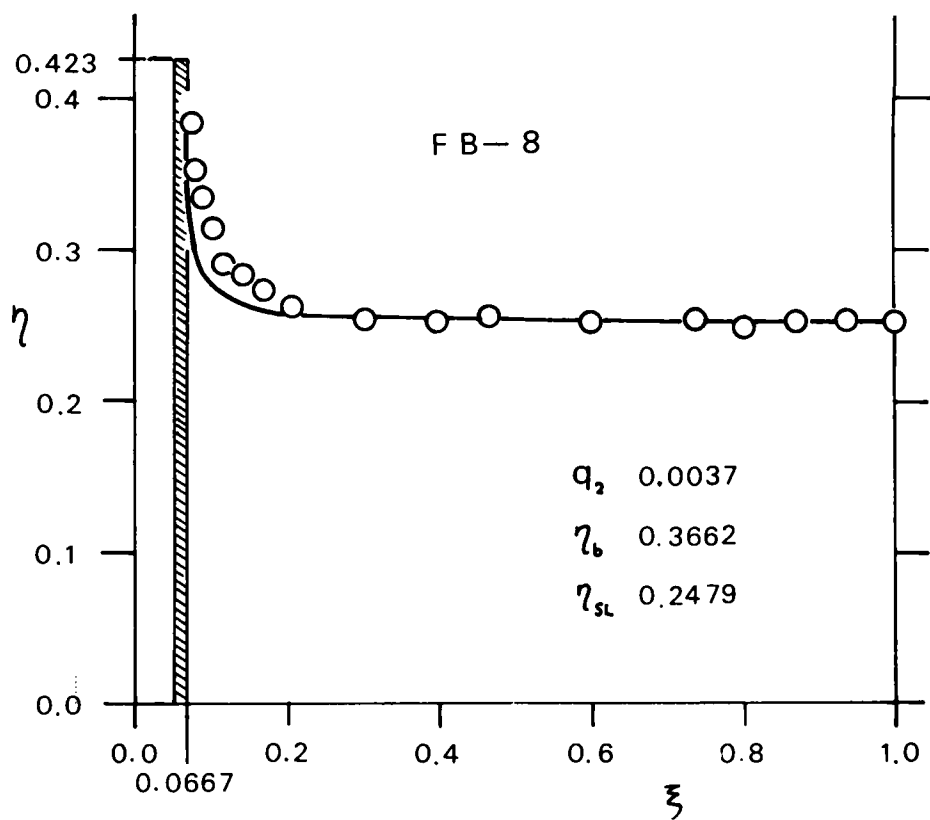


图 2.5.13 实验例 —— 自由水位一定 ——

第 5 節 結 言

本章では、淡・塩水が成層をなす浸透層から、淡水を選択取水する際、塩水流れを障壁により阻止する方法が考察された。

自由浸透層からの取水では、前章の結果による解析が行なわれ、流れの自由水位面で速度ポテンシャル一定としたモデルについて等角写像による解析が行なわれた。

理論的には、それぞれのモデルについて、取水流量、初期の浸透層内の水理量と障壁の設置位置、塩水流れを阻止しうる障壁高さの関係が求められた。

解析結果の実験による検証により、障壁により塩水流れの阻止が可能であり、理論解は現象をほぼ説明することが明らかにされた。

また、浸透層内の2層流が等角写像により解析しうることも示されたが、この場合、解析に用いられるモデルの自由水位面あるいは淡・塩水境界面のいずれかの速度ポテンシャルに制約があり、これは、今後、この種の解析をすすめる際の課題である。

参 考 文 献

- 1) Kochina, P : Theory of Ground Water Movement, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1962.
- 2) 前出 1)
- 3) スミルノフ：高等数学教程Ⅲ卷第二部，柳原二郎訳，共立，昭和34年
- 4) 上田年比古，崎山正常：塩水汲上げによる淡，塩水境界面の低下と脱塩乾地化，第23回土木学会年次講演会，名古屋，昭和43年
- 5) 犬井鉄郎，柳原二郎：一般函数論，朝倉，昭和44年
- 6) 佐々木達治郎：等角写像の応用，富山房，昭和14年

本論文は、地下水および浸透流に関して重要と考えられる研究課題のうち、浸透流の水理機構の解明への寄与を目的とする、第Ⅰ編 浸透層内の流れの水理機構に関する基礎的研究、地下水の積極的開発および地下水災害防止対策の一つとして、第Ⅱ編 浸透層よりの定常選択取水に関する基礎的研究について述べたものである。以下に、これまで述べてきたことを要約して結論とする。

結論では、地下水および浸透流の研究の歴史、現況について略述し、土木工学的立場からの研究課題について述べ、本研究の位置付けを行なった。

第Ⅰ編第1章では、浸透流を微視的に見たときの問題点および解析の方向性について述べた。第2章では、土粒子などの粒状体からなる浸透層について、その構成粒子と空隙特性について検討し、その結果、浸透層の空隙系を円筒形の単位流路の樹枝状結合モデルとした。つぎに、浸透層構成粒子特性および空隙率から、空隙系モデルを乱数によりシミュレーションし、それと低粘性エポキシ樹脂で固められた実際の空隙系特性との比較により、モデルにおける単位流路の直径および長さは、それぞれ構成粒子径をパラメーターとする正規分布および対数正規分布になることが明らかにされた。第3章では、浸透流を支配する要素について検討し、力学的、運動学的特性により、流れを 1) 細孔流、2) 層流、3) セン移流、4) 乱流に分類し、空隙系モデルをもとにした各領域における流れの微視的検討から、流れの平均流速と空隙系特性との関係について述べた。層流、乱流領域については、浸透層の透水性について一般的に検討し、等方性のときには、浸透層構成粒子特性、空隙率および流れのピエゾ水頭勾配から、平均流速を与える基礎式を求めた。さらに、基礎式は実験により検証され、式におけるパラメーターは、浸透層構成粒子形による定数であることが明らかにされ、その値も定められた。第4章では、浸透流の拡散現象が、主として、空隙系の幾何学的特性および単位流路内の流速に支配される対流分散によることから、空隙系モデルを基礎にした流れの確率統計的検討にもとづき、浸透層構成粒子特性、ピエゾ水頭勾配と流れの縦および横方向分散係数の関数を求めた。すなわち、空隙系内の分散要素の運動がマルコフ過程に従うとすると、その濃度分布が拡散方程式で表わされることを示し、つぎに、空隙系モデル内の分散要素の運動をシミュレートする分散モデルによりその分散パターンを求め、両者の解から分散係数を得た。このとき、単位流路の長さは、浸透層の構成粒子径よりやや小さい値とすればよいことが明らかにされた。第Ⅰ編を要約すると、以上の考察は、浸透層内の流れの微視的特性と平均物理量との関係を明らかにしようとした結果であり、浸透層構成粒子特性と流れの関係を示し、浸透層内の流れが乱数モデルにより数値シミュレーションされうことを示した点に意義があると考えられる。

第Ⅱ編第1章では、海岸浸透層における淡水と塩水の挙動を検討し、単純なモデルにより、塩水楔の浸入についても述べた。第2章では、ピエゾ水頭を速度ポテンシャルとする解析により、淡・塩水が成層を

なす浸透層から淡水を選択取水する際、別の取水管により下層の塩水をも取水することにより、塩水位上昇を調節し、可能取水流量を増大させる淡・塩水同時取水について述べた。まず、流れの場の水理量と淡水位および塩水位の理論的な関係を求め、一般の場合には、その数値計算による解を、塩水位一定の取水、淡水だけ取水する場合には解析解を得た。つぎに、その結果は、実験により検証され、理論解がほぼ現象を説明することが明らかにされた。第3章では、浸透層からの選択取水において、取水井に浸入する塩水を障壁により阻止する方法が検討された。自由浸透層からの取水については、第2章での結果を用いて、各水理量と障壁の位置および高さの関係が求められ、つぎに、自由水位面での速度ポテンシャルを一定とするモデルについては、等角写像による解析が行なわれた。さらに、実験による検討から、障壁により塩水浸入を阻止しうることが確かめられるとともに、障壁高さについての解析結果が有効なことが明らかにされた。以上、第Ⅱ編での考察では、浸透層内の2層流の解析法について検討され、また、浸透層における塩水による災害を防ぐ対策についても検討されたことになり、今後の地下開発に寄与するところが大きいと考えられる。

最後に、本研究を遂行するにあたり終始御鞭撻賜わった京都大学教授石原藤次郎先生、研究の全過程にわたって御指導いただいた京都大学教授岩佐義朗先生、本論文を取りまとめるに際していろいろと御助言をいただいた京都大学教授中川博次先生に対し、心から感謝の意を表する次第である。また、実験、計算、製図に際して御協力いただいた京都大学土木工学教室第2分科の職員ならび院生・学生諸氏にも謝意を表する。